



## El movimiento

Si hay un ejemplo de fenómeno físico que ha merecido la atención del ser humano desde la antigüedad hasta nuestros días, es el del movimiento. La forma de orientarse más antigua conocida es a través de la posición que van adoptando las estrellas en la cúpula celeste a lo largo del año y de la zona donde se observa. La trayectoria de las partículas fundamentales en reacciones nucleares es un tema de gran actualidad, permite retrotraernos a los orígenes del universo.

Las situaciones que se abordan en este tema representan una pequeña parte de la realidad y en muchos casos simplificada, Galileo así lo entendió y con ello ofreció un modo de actuar asumido por la Ciencia como forma de trabajo en el quehacer científico, el método científico. Su aplicación permitió a Isaac Newton deducir las Leyes de la Dinámica y la Ley de Gravitación Universal que gobiernan la mayoría de los movimientos cotidianos y celestes respectivamente. Más tarde, estos conocimientos inspiraron a los químicos en las teorías atómicas las cuales ofrecen una explicación de la estructura íntima de la materia. Todo ello será abordado a lo largo del curso, pero, volvamos al principio y tratemos de describir los ... **movimiento rectilíneos**.

# El movimiento rectilíneo

## 1. Observa, algo se mueve

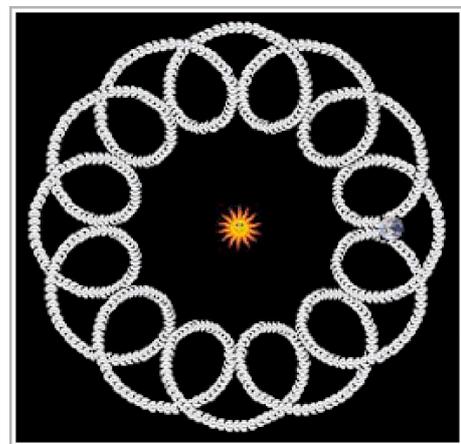
### Sistema de referencia SR

El movimiento forma parte de los fenómenos físicos que más directamente se perciben, sin embargo, su descripción detallada ha traído de cabeza a más de un científico a lo largo de la historia, ¿a qué ha podido ser debido?

La apariencia de un movimiento depende del lugar de observación, en concreto de su estado de movimiento. El descenso de una hoja que cae de un árbol es distinto visto por una persona situada debajo que el de otra que lo observa desde un autobús en marcha. Esto plantea la necesidad de elegir un *sistema de referencia relativo* al cual se refiera la observación.

**Sistema de referencia (SR)** es el lugar desde donde se miden las posiciones que atraviesa un móvil a lo largo del tiempo.

La Luna describe un círculo si se observa su movimiento desde la Tierra. Si trasladamos el sistema de referencia al Sol, ese mismo movimiento se convierte en un epicicloide.



### Trayectoria

¿Cómo describirías el movimiento de la Luna? ¿Qué pensaban los hombres y mujeres acerca del movimiento del sol antes del s. XVI? ¿Es vertical y hacia abajo el movimiento de un objeto al caer? La referencia más inmediata de un movimiento es la forma del camino que describe, pero hay que precisar un poco más para acercarse al concepto que ahora se presenta: la trayectoria.

El resultado de observar un movimiento está ligado a un SR, como hemos visto en el anterior apartado. El que se mueva o no el SR repercute en la forma de percibir el movimiento estudiado.

**Trayectoria** es el camino que describe un objeto al desplazarse **respecto de un sistema de referencia**

Observa la trayectoria que describe el avión, coincide con el rastro creado por la condensación de los gases que expulsa el motor.



# El movimiento rectilíneo

## Posición: Representación vectorial

La descripción de un movimiento requiere conocer el lugar donde se encuentra (**posición**) y cuándo (**instante**).

### Instante

Se representa por la letra  $t$ , acompañado de algún subíndice si es necesario, para indicar el lugar que ocupa este dato respecto de un conjunto de medidas. La unidad fundamental en el Sistema Internacional es el segundo (s).

El tiempo transcurrido entre dos instantes se simboliza con las letras  $\Delta t$ . Pongamos un ejemplo:



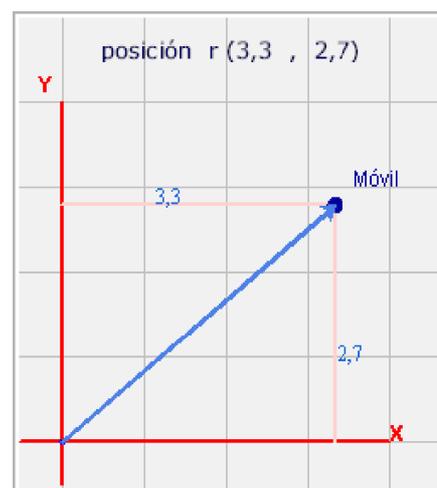
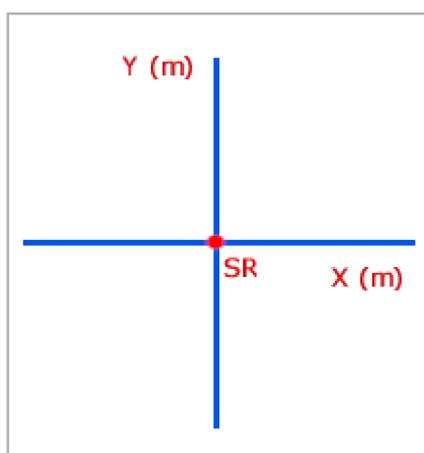
Obtenemos el conjunto de datos siguientes por la lectura directa de un cronómetro: 0s ; 0,5 s ; 1 s ; 1,5 s.

Situación	Símbolo	Tiempo transcurrido
Inicial	$t_0 = 0 \text{ s}$	
1	$t_1 = 0,5 \text{ s}$	$\Delta t = t_1 - t_0 = 0,5 \text{ s}$
2	$t_2 = 1,0 \text{ s}$	$\Delta t = t_2 - t_1 = 0,5 \text{ s}$
3	$t_3 = 1,5 \text{ s}$	$\Delta t = t_3 - t_2 = 0,5 \text{ s}$

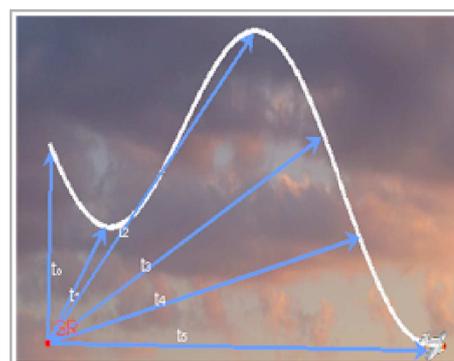
### Posición

La representación en un plano se realiza sobre unos ejes coordenados XY. El observador se sitúa en el origen del Sistema de referencia (SR).

Mediante un aparato de medida adecuado o a través de relaciones matemáticas se determina el valor de cada posición (X,Y). El valor X corresponde a la abscisa, eje horizontal, y el valor Y a la ordenada, eje vertical.



En esta imagen la posición para cada instante  $t$ , se corresponde con el vector, representado por una flecha.



El gráfico flecha permite representar cualquier magnitud física que requiera más información que un número seguido de una unidad. Se expresa con dos *componentes*  $x$  e  $y$ , colocadas entre paréntesis y con una coma de separación entre ambas. Gráficamente se tratan como las coordenadas de un punto (que en el caso de la posición lo son).

La **posición** de un móvil se dibuja en el plano a través de un vector  $(x,y)$  que representa las coordenadas cartesianas de un punto.

# El movimiento rectilíneo

La representación vectorial de una magnitud física contiene tres datos: el módulo, la dirección y el sentido. Para el caso de la posición, ¿qué son y cómo se averiguan?

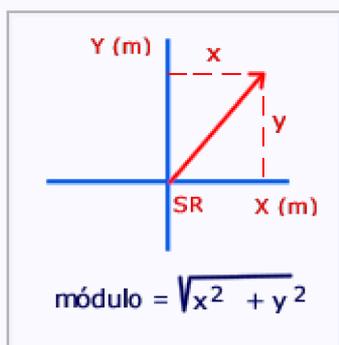
La posición tiene que informar de la situación de un móvil respecto de un observador situado en el SR.

Esta información se concreta con la distancia al SR y con las coordenadas del punto donde se encuentra. El módulo, la dirección y el sentido del vector posición dan cuenta de ello, veamos cómo:

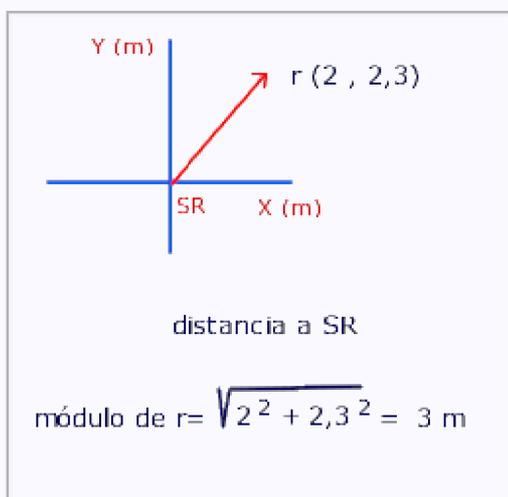
## MÓDULO

Gráficamente se corresponde con el tamaño del vector ("flecha"). Para el caso de la posición informa de la distancia del móvil al origen del sistema de referencia. ¿Cómo se calcula esta distancia?

El tamaño del vector coincide con el valor de la hipotenusa de un triángulo cuyos lados se corresponden con las componentes (X,Y) del vector.



El módulo del vector posición determina la distancia del objeto que se mueve al origen del sistema de referencia.

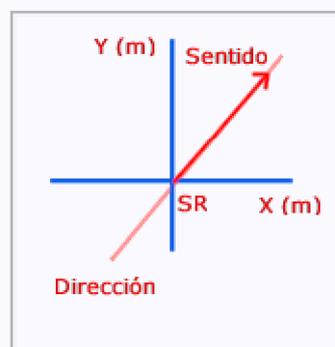


## DIRECCIÓN Y SENTIDO

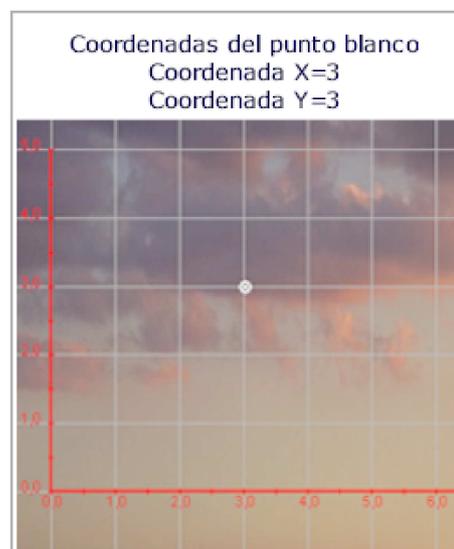
La **dirección** es la recta que contiene al vector ("flecha").

El **sentido** es el marcado por la punta de la flecha.

El **punto de aplicación** (origen) es el (0,0) del SR y el extremo el lugar donde está el móvil.



Observa el ejemplo



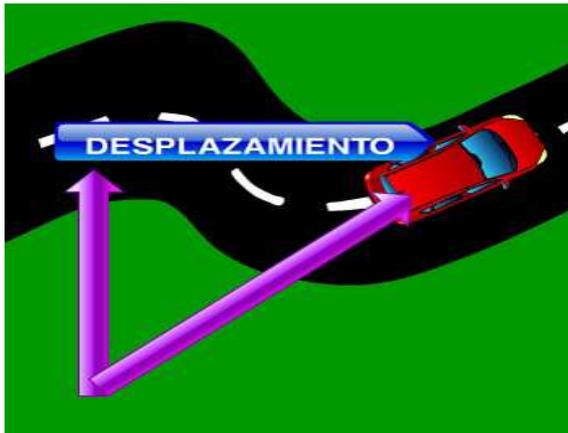
Pero un móvil cambia de posición, ¿Qué magnitud física da cuenta de ello?

# El movimiento rectilíneo

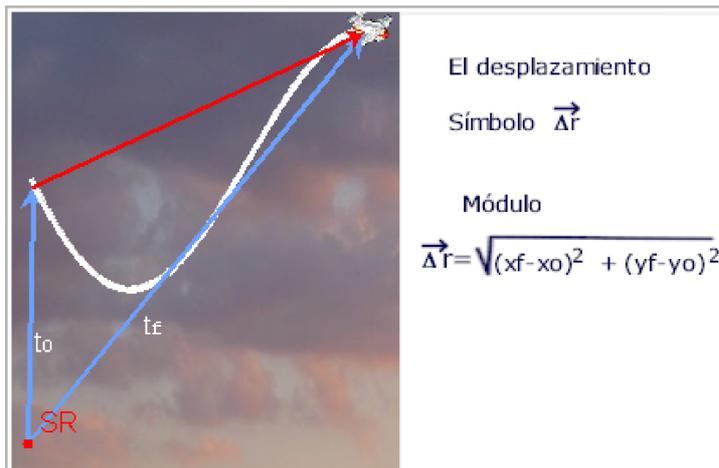
## Desplazamiento

La palabra desplazarse tiene un uso cotidiano, pero, como es frecuente, el lenguaje científico la ha adoptado precisando su significado.

Un móvil se desplaza, evidentemente cuando se mueve, pero ¿se corresponde con algún valor concreto? ¿Es lo mismo espacio recorrido que desplazamiento?...



El **desplazamiento** entre dos instantes,  $t_0$  y  $t$ , se corresponde con un vector que se extiende desde la posición en  $t_0$  hasta la posición en  $t$ .



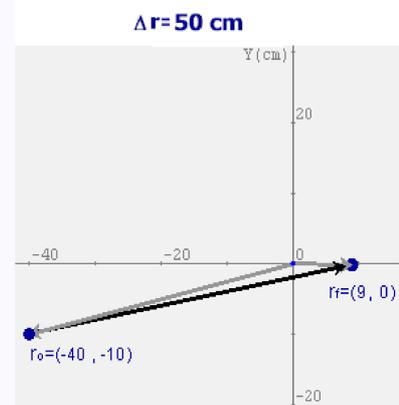
Observa en la imagen superior el desplazamiento simbolizado por el vector rojo que parte de la posición en el instante inicial  $t_0$  y termina en la posición correspondiente al instante final  $t_f$ .

Imagina una bola de billar describiendo un movimiento rectilíneo entre dos choques consecutivos (dos instantes). ¿Cómo se representa el desplazamiento?. A partir de él, ¿se podría determinar

el espacio que recorrió?. Te proponemos que realices un planteamiento concreto de esta situación.

Toma papel y lápiz y representa una bola de billar que inicialmente se encuentra en la posición  $(-40, -10)$ , y tras un impulso choca contra otra bola en la posición  $(9, 0)$ . Dibuja: la trayectoria, la posición inicial y la final y el desplazamiento. Determina el módulo del desplazamiento. ¿Qué espacio ha recorrido?

*El resultado para una velocidad horizontal  $v_x = 10$  m/s y una velocidad vertical  $v_y = 2$  m/s es de 50 cm*



Si la trayectoria entre dos instantes es rectilínea, el **desplazamiento** (su módulo) equivale al espacio recorrido. Su unidad fundamental de medida en el SI es el metro (m).

# El movimiento rectilíneo

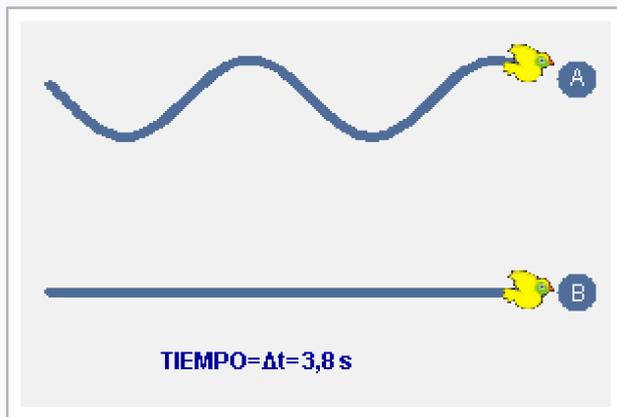
## Velocidad

La velocidad de un objeto a menudo se confunde con la rapidez. La velocidad físicamente es un vector y por tanto tiene un módulo (la rapidez), una dirección y un sentido.

**Módulo:** Es la rapidez aunque en la mayoría de contextos se identifica como la velocidad.

La rapidez con que se desplaza un móvil es la relación (cociente) entre el espacio que se recorre y el tiempo que tarda en recorrerlo. Su unidad fundamental en el Sistema Internacional es el metro por segundo (m/s).

En esta imagen los dos pájaros recorren en  $\Delta t = 3,8$  s distinto espacio. En A se ha desplazado más deprisa que el B por que ha recorrido más espacio en el mismo tiempo.

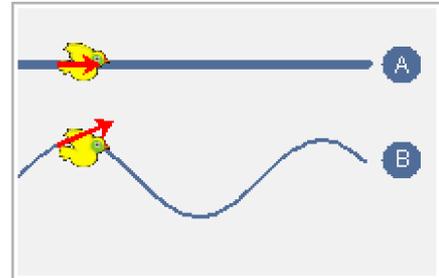


Durante un movimiento pueden producirse cambios en la rapidez, en estos casos el cálculo obtenido es una velocidad media de todo el recorrido.

La rapidez es un aspecto de la velocidad. Dos móviles pueden llevar la misma rapidez pero dirigirse a sitios diferentes. Nuevamente el carácter vectorial de esta magnitud permite reflejar estos aspectos. ¿Cómo se representan?

El vector velocidad se dibuja **sobre el móvil** con un tamaño proporcional a su módulo.

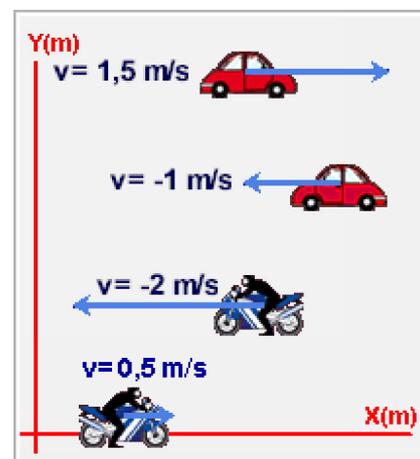
La dirección es la de la recta **tangente a la trayectoria** y el sentido el del movimiento.



Para mostrar toda esta información se requiere de la notación vectorial. A pesar de que el módulo de un vector es una cantidad positiva, resulta útil para los cálculos en los movimientos rectilíneos usar un signo algebraico que indica el sentido del movimiento. Esta notación será utilizada frecuentemente en este curso y se resume en:

**$v > 0$** , El móvil se dirige hacia el sentido positivo del eje de coordenadas.

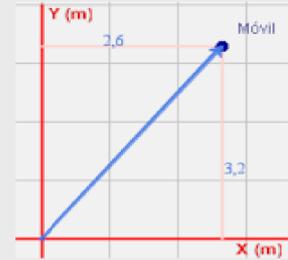
**$v < 0$** , El móvil se dirige hacia el sentido negativo del eje de coordenadas.



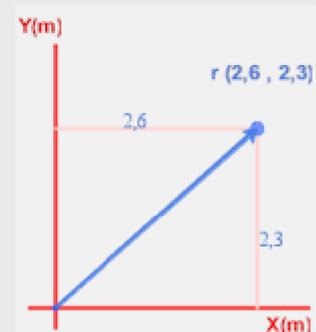
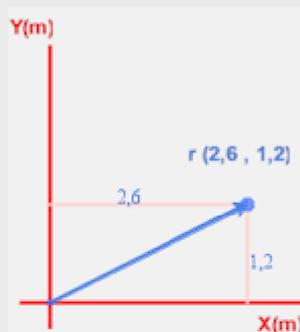
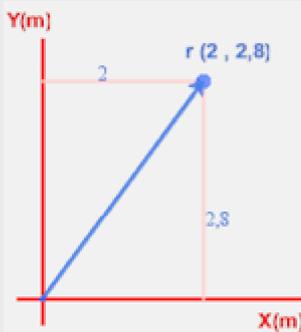
## EJERCICIOS RESUELTOS

1. Representa la posición (2,6 , 3,2).

Solución: Se representan unos ejes cartesianos. El primer valor del paréntesis es la coordenada X y el segundo la coordenada Y



2. Determina la distancia del móvil en las posiciones A, B y C respecto al origen del sistema de referencia (los ejes cartesianos tienen escalas distintas en cada imagen):



Solución: El módulo de la posición es el tamaño del vector que lo representa.  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

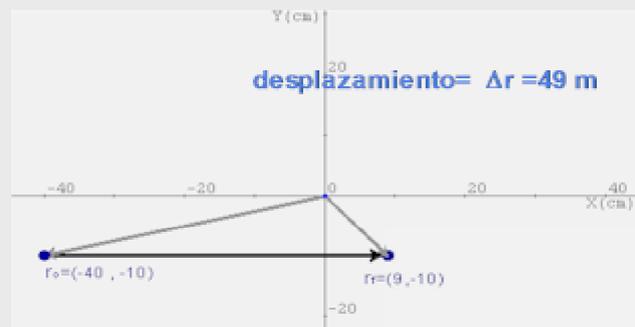
A  $r = \sqrt{2^2 + 2,8^2} \approx 3,4 \text{ m}$       B  $r = \sqrt{2,6^2 + 1,2^2} \approx 2,9 \text{ m}$       C  $r = \sqrt{2,6^2 + 2,3^2} \approx 3,4 \text{ m}$

3. Transforma a m/s las velocidades: 43,2 Km/h; 120 Km/h; 1200 cm/min

Solución: 12 m/s; 33,3 m/s; 0,2 m/s

4. Determina el desplazamiento realizado por un móvil que desde la posición (-40,-10) se dirige hacia la posición (9,-10)

Solución:



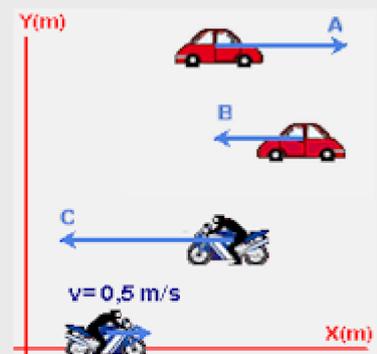
5. Indica la velocidad de cada móvil teniendo en cuenta el convenio de signos estudiado.

Solución:

Coche A  $v = 1,5 \text{ m/s}$

Coche B  $v = -1 \text{ m/s}$

Coche C  $v = -2 \text{ m/s}$



# El movimiento rectilíneo

## 2. Cambiando la velocidad

### La aceleración

¿Qué tiene que ocurrir para poner en movimiento un objeto?, ¿y para detenerlo?, ¿por qué la Luna completa sus fases en el tiempo previsto y sin embargo hay dudas sobre si un penalti terminará en gol? ...

El valor de la velocidad de un móvil se modifica por la acción de la aceleración, la cual depende de las interacciones que otros cuerpos ejerzan sobre él.

La velocidad, por su carácter de vector, tiene módulo (rapidez), dirección y sentido. La aceleración también es un vector y según qué aspecto de la velocidad modifica recibe un nombre distinto.

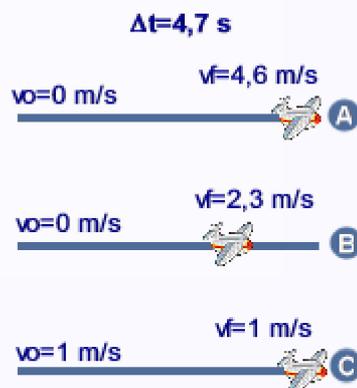
**Aceleración tangencial**, modifica la rapidez del movimiento. (módulo de la velocidad).

**Aceleración normal**, modifica la dirección del movimiento (dirección de la velocidad).



Este tema trata de los movimientos de trayectoria rectilínea y por tanto la dirección es constante a lo largo del tiempo. El único tipo de aceleración que puede actuar es la tangencial, por ello, en adelante, se usará frecuentemente el término aceleración para referirse a ella.

En el siguiente ejemplo se trata de distinguir entre los movimientos con aceleración de los que no la tienen.



De la imagen se desprenden tres situaciones.

A: el avión parte del reposo y adquiere una velocidad de 4,6 m/s, en 4,7 s.

B: El avión parte del reposo y adquiere una velocidad de 2,3 m/s en 4,7 s.

C: El avión mantiene la velocidad de 1 m/s en todo momento.

En las situaciones A y B el avión ha cambiado la rapidez (módulo de la velocidad) y por tanto tiene aceleración. En la situación C no ha variado la velocidad por lo que no ha acelerado.

El más rápido en incrementar la velocidad es el A. Esto se traduce en que ha experimentado una mayor aceleración que el B.

# El movimiento rectilíneo

Las características del vector aceleración tangencial son:

- ✓ **Módulo:** es la variación de velocidad que experimenta un móvil en una unidad de tiempo. En el Sistema Internacional la unidad fundamental es el  $m/s^2$

La relación matemática que responde a la definición de aceleración, para un intervalo de tiempo donde es constante o bien se trata de determinar una aceleración media es:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

- ✓ **Dirección:** la misma que la velocidad, tangente a la trayectoria.
- ✓ **Sentido:** El criterio de signos es el mismo que el aplicado a la velocidad.

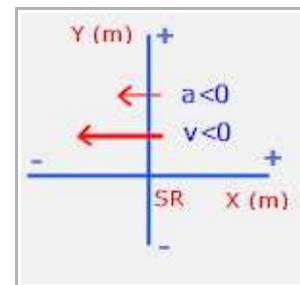
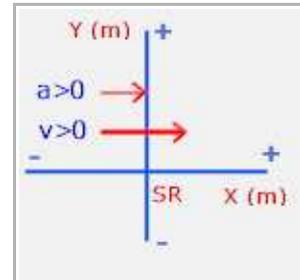
Situación	Signo del módulo	Situación	Signo del módulo
Aceleración en el sentido positivo de los ejes	Positivo, $a > 0$	Aceleración en el sentido negativo de los ejes	Negativo, $a < 0$

## Variación uniforme de la velocidad

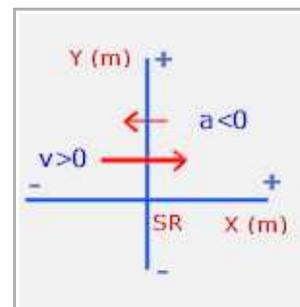
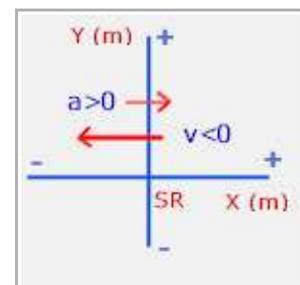
En la mayor parte de los movimientos cotidianos, la aceleración no es una magnitud constante, es decir, los cambios de velocidad no se realizan con igual rapidez. Este tema se centra en movimientos con aceleración constante. Una manera de detectar el comportamiento de la aceleración es analizar las gráficas velocidad/instante.

Si la **aceleración tangencial** es constante a lo largo de todo un recorrido la gráfica que refleja los valores de la velocidad a cada instante es una **línea recta**.

- Si la aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad produce un incremento de la rapidez



- Si la aceleración tiene sentido contrario a la velocidad se produce una desaceleración o frenado.



Para saber más sobre la aceleración visita la web, [newton.cnice.mec.es/1bach/movimiento\(II\)/12mov2.htm?0&1](http://newton.cnice.mec.es/1bach/movimiento(II)/12mov2.htm?0&1)

# El movimiento rectilíneo

## EJERCICIOS RESUELTOS

6. Determina la aceleración de cada avión sobre la pista de despegue, a partir de los datos de la imagen.

Solución: Relación matemática  $a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$

A  $a = \frac{-3,4 - 0}{6,8} = -0,5 \text{ m/s}^2$

B  $a = \frac{3,4 - 0}{6,8} = 0,5 \text{ m/s}^2$

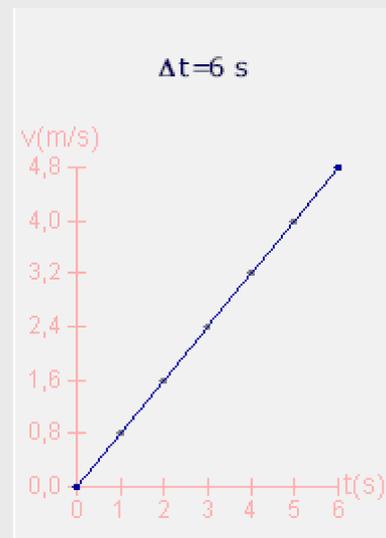
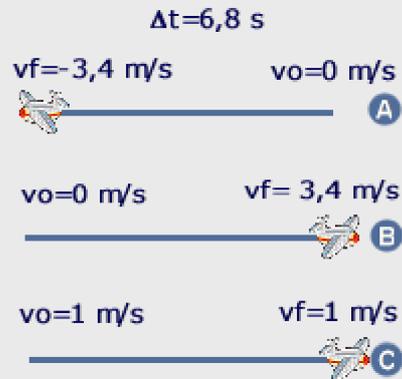
C  $a = 0 \text{ m/s}^2$

Tanto en la situación A como en la B incrementa la velocidad.

7. A partir de la gráfica velocidad frente a instante, realiza una tabla con los datos de velocidad para los instantes marcados con un punto, y determina la aceleración en cada intervalo de tiempo

Solución:

Instante (s)	Velocidad (m/s)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
$t_0 = 0$	$v_0 = 0$	
$t_1 = 1$	$v_1 = 0,8$	$a_{01} = 0,8$
$t_2 = 2$	$v_2 = 1,6$	$a_{12} = 0,8$
$t_3 = 3$	$v_3 = 2,4$	$a_{23} = 0,8$
$t_4 = 4$	$v_4 = 3,2$	$a_{34} = 0,8$
$t_5 = 5$	$v_5 = 4,0$	$a_{45} = 0,8$
$t_6 = 6$	$v_6 = 4,8$	$a_{56} = 0,8$



## 3. El movimiento rectilíneo MR

### Movimiento rectilíneo uniforme, MRU

En la práctica científica se tiende a considerar situaciones simplificadas de los fenómenos, para, una vez comprendidas, introducir variables que las aproximen más a la realidad. En esta línea, el movimiento de un objeto está condicionado por su interacción (rozamiento, acción de un motor, gravedad, fuerzas eléctricas ... ) con el resto de objetos del Universo, los cuales, con más o menos intensidad le comunican una aceleración que perturba su camino. Pero, ¿cómo sería el movimiento de un objeto completamente aislado, o simplemente se anularan todas las interacciones que actúan sobre él?...

Si un objeto en movimiento no tiene aceleración, describe una trayectoria **rectilínea** (no hay aceleración normal que cambie la dirección de la velocidad ) y la **rapidez** es **constante** (no hay aceleración tangencial que modifique el módulo de la velocidad).

Este tipo de movimiento se conoce como Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU). En la imagen el objeto no interacciona con otros objetos. Su movimiento no puede ser otro que un MRU.



#### Características del MRU

- ✓ Trayectoria rectilínea.
- ✓ Velocidad constante (módulo, dirección y sentido).
- ✓ El espacio recorrido es igual al desplazamiento.
- ✓ Relación matemática principal.

$$X = X_0 + v \Delta t$$

#### ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO EN MRU

La relación matemática principal, a partir de la cual se deduce el resto, es la que determina la velocidad de un objeto a partir del espacio que recorre,  $\Delta X$ , durante el intervalo de tiempo,  $\Delta t$ .

$X_0$  es la posición inicial;  $t_0$  es el instante que marca el cronómetro al comienzo (normalmente es cero).

$$v = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

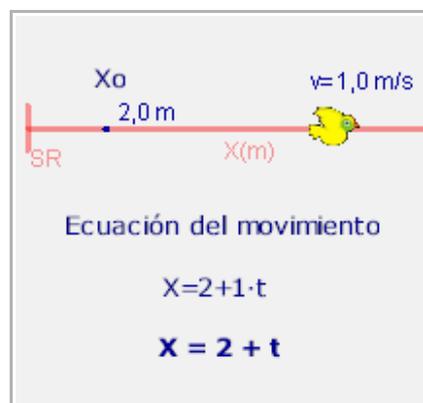
Se desarrollan los incrementos,

$$v = \frac{X - X_0}{t - t_0}$$

Se despeja la posición  $X$ ,

$$X = X_0 + v \Delta t$$

La ecuación del movimiento permite conocer la posición  $X$  para cualquier instante  $t$ .



# El movimiento rectilíneo

## MR uniformemente acelerado, MRUA

En los movimientos ordinarios, la velocidad no suele ser una magnitud constante, la aceleración está presente bien por causas naturales (p. e. la gravedad) o por otras interacciones (rozamiento, fuerza producido por un motor, fuerzas eléctricas. Por la presencia de estas interacciones los objetos dejan de moverse en línea recta y resultan trayectorias, en general, curvilíneas.

En este apartado se tratarán aquellos movimientos, que poseen exclusivamente aceleración tangencial. Reciben el nombre de MRUA (Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado).

Ecuación del movimiento en MRUA

La ecuación de movimiento es mrua se determina a partir de la expresión matemática,

$$X = X_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

El significado de cada término es el que sigue,

Símbolo	Significado
X	Posición correspondiente al instante t
X <sub>0</sub>	Posición en el instante t <sub>0</sub>
V <sub>0</sub>	Velocidad en el instante t <sub>0</sub>
a	Aceleración

Otros símbolos empleados:

$\Delta t$ , tiempo transcurrido entre dos instantes, equivale a (t-t<sub>0</sub>).

$\Delta X$ , desplazamiento entre dos instantes, equivale a (X-X<sub>0</sub>).

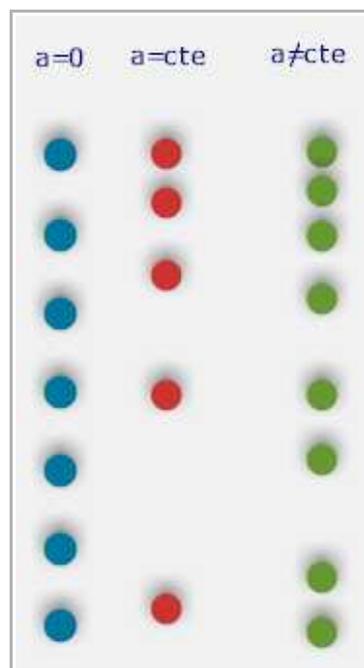
Aplicando parte de esta notación, la ecuación del movimiento toma la forma:

$$X = X_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

Para profundizar más es el origen de esta relación matemática se recomienda visitar la dirección web:

[newton.cnice.mec.es/1bach/movimiento\(II\)/22mov2.htm?1&1](http://newton.cnice.mec.es/1bach/movimiento(II)/22mov2.htm?1&1)

Si un objeto tiene únicamente aceleración tangencial, describe una trayectoria **rectilínea** y, si además es constante, la **rapidez** (módulo de la velocidad) variará de forma uniforme.



Esta imagen representa el movimiento de tres bolas fotografiadas a intervalos de tiempo iguales. Intenta justificar por qué el azul no posee aceleración, para el rojo es constante y para el verde la aceleración no es constante.

# El movimiento rectilíneo

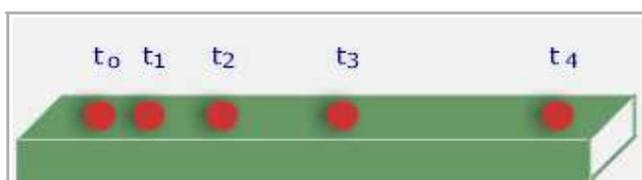
## El movimiento rectilíneo en gráficos

Gran parte del conocimiento científico se base en el análisis de datos. Las gráficas permiten visualizar relaciones o tendencias entre magnitudes, facilitando el trabajo del científico para sacar conclusiones, extrapolar resultados ... etc.

El estudio de cualquier movimiento parte de la observación de éste, tomando los datos de tiempo y posición, con toda la precisión que se pueda. Y después, ¿cómo han de presentarse los resultados?. El uso de tablas ayuda a ordenar los datos, y las gráficas a encontrar relaciones y tendencias entre las magnitudes analizadas. Veamos un ejemplo.

### Tratamiento de los datos y su representación en gráficos

De la observación de un movimiento se obtienen los siguientes datos: 0 s, 3m, 2 s, 9 m, 4 s, 27 m, 6 s, 71 m, 8 s, 99 m.



La preparación de los datos consiste en:

- ✓ Expresar los datos con una unidad de medida adecuada (normalmente la del Sistema Internacional de Unidades)
- ✓ Simbolizar con la mayor precisión posible cada magnitud física.
- ✓ Observar el rango de valores que se van a manejar.
- ✓ Encabezar cada columna con un símbolo de la magnitud física seguida de la unidad.

Instante (s)	Posición(m)
$t_0 = 0$	$X_0 = 3$
$t_1 = 2$	$X_1 = 9$
$t_2 = 4$	$X_2 = 27$
$t_3 = 6$	$X_3 = 71$
$t_3 = 8$	$X_4 = 99$

Una vez se tienen los datos tabulados se trata de analizarlos. Las gráficas permiten encontrar relaciones y tendencias de forma rápida, por simple inspección. Un gráfico está representado por:

- Los ejes cartesianos. En el eje de las X se representan los instantes, y en el eje Y la posición.
- El origen de referencias se sitúa en el origen (0,0).
- En el extremo de cada eje se indica la magnitud representada seguida de la unidad entre paréntesis.
- Si el movimiento es horizontal la posición se expresa con X; si es vertical con Y o h.

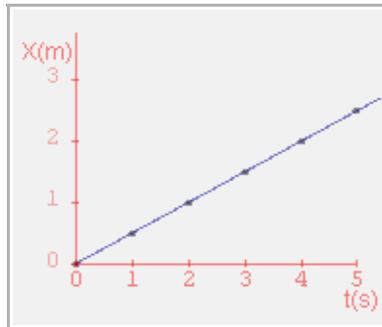
Cada tipo de movimiento tiene unas gráficas características que permite una clasificación visual del movimiento. Por ejemplo, las magnitudes que tengan un relación de proporcionalidad tendrán como representación gráfica una recta, cuya pendiente es la constante de proporcionalidad.

# El movimiento rectilíneo

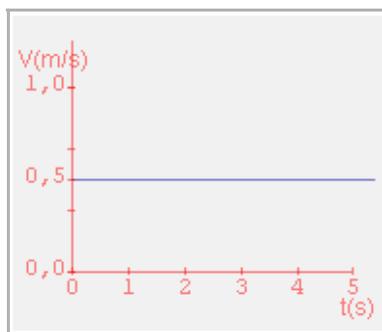
Las representaciones gráficas más utilizadas entre magnitudes relacionadas con el movimiento son:

## MRU

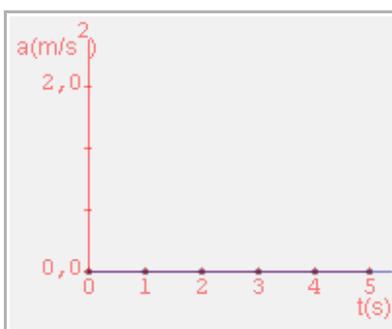
Gráfica posición-instante



Gráfica velocidad-instante



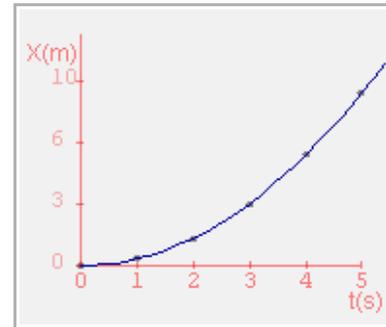
Gráfica aceleración-instante



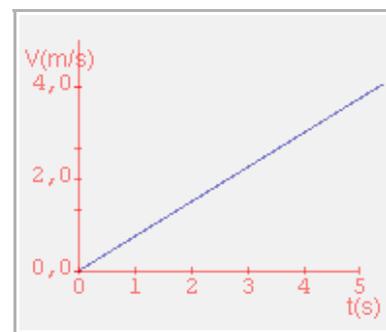
Observa:

- ✓ La distancia al observador ( $X$  o bien posición) es proporcional al tiempo transcurrido;
- ✓ La velocidad es una línea recta sin pendiente, es decir permanece constante en todo instante.
- ✓ La aceleración es una línea recta sobre el eje  $X$ , no hay aceleración.

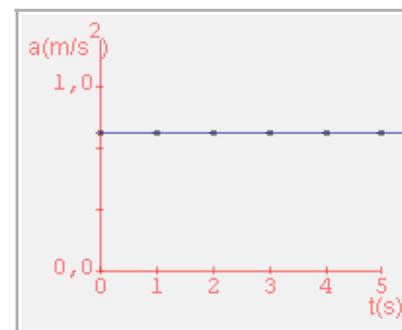
Gráfica posición-instante



Gráfica velocidad-instante



Gráfica aceleración - instante



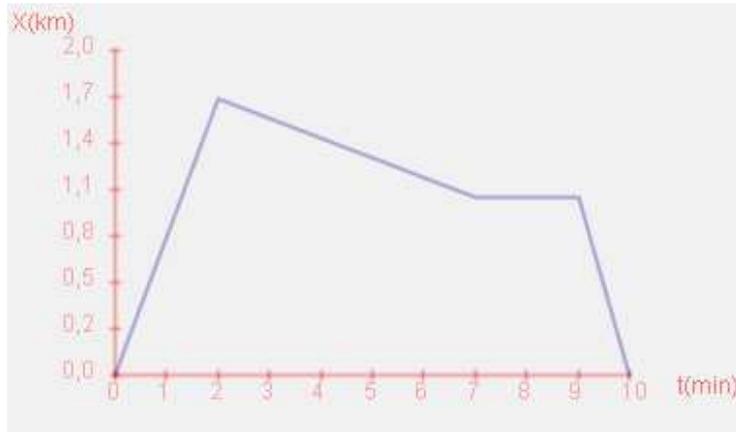
Observa:

- ✓ La distancia al observador ( $X$  o bien posición) es una parábola.
- ✓ La velocidad es una línea recta con pendiente. La velocidad y el tiempo transcurrido son directamente proporcionales.
- ✓ La aceleración es una línea recta sin pendiente. Es constante.

## MRUA

# El movimiento rectilíneo

Si un movimiento transcurre en varias etapas, éstas pueden reflejarse en el gráfico posición-tiempo



En la primera etapa el móvil se aleja del sistema de referencia 1,7 km en 2 min, retrocede 0,6 km durante 5 min y se para 2 min para regresar al punto de partida en 1 min. En cada tramo la velocidad es constante y se puede determinar con los datos reflejados en la gráfica.

## La caída libre

Es el movimiento natural más usual: dejas una pelota en el aire y adquiere "por sí sola" una velocidad que la lleva a precipitarse contra el suelo. A estas alturas de la unidad, se puede deducir con facilidad que al experimentarse un cambio de velocidad necesariamente es por la presencia de una aceleración.

Observa la secuencia de fotogramas de un objeto que se ha dejado caer, ¿encaja en algún tipo de los movimientos estudiados? Efectivamente, el objeto está acelerado uniformemente. Se corresponde con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. La interacción entre la Tierra y el objeto provoca una aceleración, llamada **aceleración de la gravedad**, o simplemente gravedad, que para alturas no muy grandes se puede considerar constante e igual a  $-9,8 \text{ m/s}^2$ . Su dirección es perpendicular a la superficie terrestre y el sentido hacia el centro de la Tierra. En un



tema posterior profundizaremos más sobre ello.

¿Es el movimiento de ascenso igual de natural?



Efectivamente, la aceleración que actúa es la de la gravedad. Inicialmente se comunica una velocidad inicial  $v_0$  que irá disminuyendo por la acción de la gravedad, hasta que  $v=0 \text{ m/s}$  e inicia el descenso, aumentado y tomando el valor inicial en el mismo punto desde que fue lanzado.

En este tipo de movimientos, independientemente de si es ascenso o caída el sistema de referencia se sitúa en el suelo. Esta observación es relevante para determinar las condiciones iniciales y finales del movimiento.

# El movimiento rectilíneo

En el siguiente cuadro se resumen las características del movimiento de ascenso y descenso.

Situación	Características
Inicio Ascenso	$g = -9,8 \text{ m/s}^2$ $v_0 > 0 \text{ m/s}$ $y_0 = 0 \text{ m}$ $t_0 = 0 \text{ s}$
Altura máxima	$g = -9,8 \text{ m/s}^2$ $v = 0 \text{ m/s}$ $y_{\text{max}}$ $t_{\text{max}}$
Regreso	$g = -9,8 \text{ m/s}^2$ $v < 0 \text{ m/s}$ $y = 0 \text{ m}$ $t = 2t_{\text{max}}$

El cálculo aproximado de la distancia de frenada, se realiza a partir de las ecuaciones del MRUA,

$$X = X_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + 1/2 \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

y

$$a = (v - v_0) / (t - t_0)$$

se sustituye la aceleración estimada en la frenada,

$$-6,2 = (0 - v_0) / t$$

$$X = v_0 \cdot t - 6,2 / 2 \cdot t^2$$

de ambas ecuaciones se desprende:

$$X_{\text{frenada}} = v_0^2 / (2 \cdot 6,2)$$

En la siguiente imagen se observa la dependencia entre la velocidad de conducción y la distancia mínima para detenerse ante la reacción frente a un peligro.

## Conducción responsable

La velocidad de circulación de un vehículo o ciclomotor es uno de los factores que más influyen como causa de accidentes. Cuando se circula y se detecta un peligro la reacción más inmediata es frenar, ¿cómo influye la velocidad de circulación en el tiempo necesario para detener el vehículo a tiempo? ...

### Tiempo de reacción

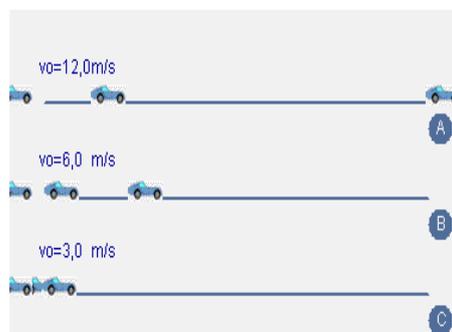
El tiempo estimado de reacción del ser humano ante un peligro es de aproximadamente 3/4 de segundo. Durante ese intervalo de tiempo un vehículo recorre a una velocidad  $v$ ,  $v \cdot 0,75 \text{ m}$ .

Cuanto mayor sea la velocidad con la que circula mayor espacio recorrerá antes de pisar el freno

### Distancia de frenado

La distancia de frenado es el espacio que recorre un vehículo hasta detenerse, desde que pisa el freno.

La aceleración de frenado es de aproximadamente  $-6,2 \text{ m/s}^2$ . Esta aceleración puede ser menor según las condiciones meteorológicas o el estado de la calzada, no variando muchos de unos modelos de vehículos a otros.



## EJERCICIOS RESUELTOS

8. Un pájaro realiza el vuelo descrito en esta imagen. Determina la ecuación de su movimiento. Un segundo pájaro situado a 10 m de él, espera 5 s desde que se inició el movimiento para alzar el vuelo. ¿chocarán ambos? Solución:



$$X = X_o + v(t - t_o) \quad ; \quad \text{Ecuación del movimiento} \quad x = 2 + t$$

Al los 5 s el segundo pájaro alza el vuelo. El primer pájaro se encuentra en

$X = 2 + 5 = 7 \text{ m}$  por tanto como no ha llegado a los 10 m no se encontrará con el segundo pájaro.

9. Un bólido azul entra en el tramo recto de 14 km de un circuito autorizado de carreras, con una velocidad de 120 km/h manteniéndola constante todo el recorrido. A los 4 min de su entrada, llega un bólido rojo al mismo tramo. ¿qué velocidad mínima debe llevar este último para llegar juntos a la meta? Solución:

$$v_a = 120 \cdot 1000 / 3600 = 33,3 \text{ m/s} \quad ; \quad \text{Ecuación del movimiento} \quad X_a = 33,3 \cdot t$$

Ecuación del movimiento del bólido rojo,  $X_r = v_r \cdot (t - 4 \cdot 60)$ . A los 14 km el cronómetro marca,  $14000 = 33,3 \cdot t$  ;  $t = 14000 / 33,3 = 420 \text{ s}$ . La velocidad del rojo debe ser,

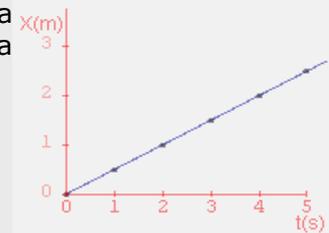
$$14000 = v_r \cdot (420 - 240) \quad ; \quad v_r = 14000 / 180 = 77,7 \text{ m/s, aproximadamente } 280 \text{ km/h}$$

10. Un móvil realiza un mrua tardando 0,75 s en aumentar la velocidad en 0,55 m/s. ¿Qué aceleración posee? ¿qué espacio recorrerá a los 60 s de iniciado el movimiento? Solución:

$$a = \frac{(v_f - v_o)}{(t_f - t_o)} = \frac{0,55}{0,75} = 0,73 \text{ m/s}^2 \quad ; \quad e. \text{ recorrido} = X_f - X_o = \frac{1}{2} \cdot 0,73 \cdot 60^2 = 1314 \text{ m}$$

11. Determina la velocidad del movimiento descrito en la gráfica de un movimiento rectilíneo posición frente a instantes Solución

$$v = \frac{(X_f - X_o)}{(t_f - t_o)} = \frac{2 - 0}{4 - 0} = 0,5 \text{ m/s}$$



12. La gráfica representa el movimiento rectilíneo descrito por un objeto. Se divide en cuatro tramos A, B, C y D. Interpreta con un ejemplo real el movimiento. Determina la velocidad en el tramo donde se mueva más rápidamente. ¿Cómo se interpreta el signo negativo de la velocidad?



Solución:

Un móvil se aleja de su posición 1,7 km durante 2 min. Retrocede 0,6 km durante 5 min, se para 2 min y termina por regresar, invirtiendo en todo ello 10 min. La recta de mayor pendiente es la D,

$$v = \frac{(X_f - X_o)}{(t_f - t_o)} = \frac{(0 - 1,1) \cdot 1000}{(10 - 9) \cdot 60} = -18,3 \text{ m/s}$$

El signo negativo quiere decir que se dirige hacia los valores negativos del eje X.

# El movimiento rectilíneo



## Para practicar

1. Un helicóptero es visualizado en la posición (7,6) a las 12:00 h. Dibuja su posición en el plano XY.
2. ¿Qué distancia separa un helicóptero de un observador situado en el origen del sistema de referencia si se encuentra en la posición (10,4) .
3. Dibuja el desplazamiento realizado por un móvil que pasa de la posición (-1,-1) a la posición (0,2).
4. Una persona sale de su casa y camina en línea recta 5 m hacia la derecha, se para en una farola y gira 90° hacia la derecha caminando en línea recta 20 m. Dibuja la trayectoria, el desplazamiento total y calcula el espacio recorrido.
5. Expresa en la unidad fundamental del Sistema Internacional 120 km/h
6. Un coche circula por una carretera y en el instante  $t=0$  s posee una velocidad de 40 km/h. Al cabo de 5 s posee una velocidad de 120 km/h. Finalmente transcurridos otros 5 s mantiene una velocidad de 40 km/h. Dibuja los vectores velocidad en cada etapa considerada.
7. Una bola de billar recorre 0,02 m en 0,10 s ¿Con qué rapidez se ha desplazado?
8. Dos bolas de billar, azul y roja, se mueven al encuentro con una rapidez de 0,30 y 0,90 m/s respectivamente. Dibuja un esquema físico de la situación.
9. Un móvil posee en el instante  $t=0$  s una velocidad de 20 m/s. Acelera de forma que al cabo de 1,0 s alcanza 60 m/s. a) Representa las velocidades, b) Calcula y representa la aceleración.
10. Cierta avioneta necesita alcanzar una velocidad de 220 km/h para despegar. ¿Qué aceleración, supuesta constante, necesitan comunicar los motores para que despegue a los 4,8 s de iniciar la operación?
11. Un coche circula a una velocidad de 93 km/h y frena durante 3 s para tomar una curva a la velocidad más moderada de 77 km/h, inferior a los 80 km/h que recomienda la señal de tráfico. a) ¿Qué aceleración comunicó?. Expresa el resultado en el SI. b) Haz un esquema de las magnitudes físicas implicadas en el instante de frenar.
12. Un caminante se dirige desde su casa al quiosco situado a 540 m, en la esquina de su calle, a las 12:00 h. Circula con una velocidad de 1,10 m/s. a) Determina su ecuación del movimiento. b) ¿Habrà llegado al quiosco a las 12:14 h ?
13. Un avión sobrevuela la ciudad de Madrid a 830 km/h, manteniendo constante la dirección y sentido hacia Alicante. La distancia entre estas dos ciudades es de 432 km. ¿Qué tiempo tardará en sobrevolar Alicante?
14. Calcula la posición en la cual se cruzarán dos caminantes A y B separados una distancia de 70 m, sabiendo que se desplazan con una velocidad de 0,4 m/s y 0,5 m/s respectivamente.
15. Un caminante comienza a acercarse al quiosco de la esquina de una calle de 20 m. Va aumentando su velocidad a ritmo constante y al llegar es de 1,3 m/s. a) ¿Qué aceleración ha experimentado? b) Determina la ecuación del movimiento.
16. Un avión comienza a rodar con una aceleración de 40 m/s<sup>2</sup> hasta alcanzar la velocidad de despegue de 600 km/h. Calcula la longitud mínima que debe tener la pista de despegue.
17. a) Dibuja las gráficas posición y velocidad frente a instante, correspondiente a la caída de un objeto desde una torre de 95 m. b) ¿Con qué velocidad alcanzará el suelo.
18. Calcula el espacio que recorre un coche que circula a 100 km/h hasta conseguir detenerse, desde que aparece un obstáculo en la carretera. Datos: tiempo de reacción aproximadamente 0,75 s, aceleración de frenado -6,2 m/s<sup>2</sup>

*Nota: Los ejercicios correspondientes a MRU apartados Gráficos, Etapas y dos móviles, y de MRUA Gráficos, no están incluidos en esta selección.*



### Moviéndonos en la Historia

El movimiento fue de los primeros fenómenos en ser directamente observados. Es quizá por ello que la mecánica (física del movimiento) es de las disciplinas científicas que más pronto se desarrollaron. En ello tuvieron mucho que ver personas con capacidad de asombro ante hechos cotidianos y voluntad para dar una explicación de los mismos.

#### Aristóteles

A Aristóteles (s. IV a. d. Cristo) se le conoce principalmente por ser, junto a Platón, los dos grandes filósofos griegos de la antigüedad cuyas ideas perduran hasta nuestros días. Entre las innumerables aportaciones de Aristóteles está el ser el padre de la Física como ciencia, no tanto por su contribución a su cuerpo de conocimientos como veremos, sino por atribuir a la experiencia un papel esencial en el acceso a cualquier tipo de conocimiento.

El concepto de movimiento de Aristóteles es más amplio que el que se posee en la actualidad. Así los movimientos descritos en este tema estarían dentro de los *movimientos accidentales locales* que se caracterizan por un cambio de lugar. A su vez se pueden clasificar según la lógica aristotélica en: *naturales* que se producen por la propia esencia de las cosas, como por ejemplo los movimientos de caída libre que se han tratado, y *violentos* originados por causas artificiales como la acción de un motor.

Resumiendo las ideas de Aristóteles sobre la caída de los objetos, éstas afirmaban que los cuerpos caen con una velocidad proporcional a su peso. Sin embargo esta afirmación es errónea y se sustentaba en una afirmación anterior según la cual el origen del movimiento está en la acción de una fuerza superior a la de una fuerza resistente que se ejerciese sobre el objeto. La velocidad que adquiere es directamente proporcional a ella e inversamente proporcional a la resistente. Pero este desacierto no impidió que produjera un cambio fundamental del pensamiento, restituyendo a la experiencia el papel fundamental que le corresponde en cualquier acercamiento al conocimiento.

#### Galileo Galilei

Los estudios sobre el movimiento se extendieron a lo largo del tiempo. En el medievo se tenía un amplio control del movimiento que describía un proyectil lanzado desde un cañón. Sin embargo se considera a Galileo Galilei (Pisa, Italia, finales del XVI y primera mitad del XVII) el padre de la cinemática o ciencia que estudia los movimientos sin atender a las causas que los provocan. Las relaciones matemáticas empleadas a lo largo de este tema tienen su origen en el trabajo de este matemático, físico y astrónomo, que aplicó por primera vez el método científico en sus investigaciones. Llevó el papel de la experiencia aristotélica al plano concreto de la experimentación como base del conocimiento científico.

Utilizó aproximaciones idealizadas de la realidad para explicar aspectos parciales de ésta, en concreto estudió la caída natural de los objetos sobre planos inclinados extrapolando sus conclusiones a situaciones en ausencia de rozamiento (por ejemplo caída libre en el vacío, ausencia de aire). La principal conclusión sobre esto es la independencia de la velocidad que adquiere un objeto al caer con respecto a la masa que posee.

El paso definitivo en la descripción de los movimientos cotidianos y sus causas no tardaría mucho en llegar de la mano de Sir Isaac Newton (mitad del s XVII y primera mitad del XVIII), reconociendo en su frase " *Si consigo ver más lejos es porque he conseguido auparme a hombros de gigantes*" la influencia de Aristóteles, Galileo y muchos otros en el desarrollo de lo que se ha denominado MECÁNICA CLÁSICA. Pero esto se verá en la tercera quincena...

# El movimiento rectilíneo



## Recuerda lo más importante

### Sistema de Referencia SR

Es el lugar desde donde se observa y se miden las posiciones que atraviesa un objeto en movimiento. Se expresa con unos ejes cartesianos XY y el observador en el origen de coordenadas.

### Trayectoria

Es el *camino imaginario* trazado por un móvil al desplazarse, **respecto de un sistema de referencia**.

### Posición $r$

Magnitud física con carácter de vector, expresada por las coordenadas (X,Y). Muestra la situación de un objeto **respecto del origen de un Sistema de Referencia**.

### Desplazamiento $\Delta r$

Magnitud física con carácter vectorial que representa la distancia más corta entre dos posiciones. Si la trayectoria es recta su módulo representa el espacio recorrido entre dos instantes.

### Velocidad $v$

Magnitud física con carácter de vector que representa la rapidez con que se desplaza un objeto y qué dirección. Su unidad fundamental en el SI es el m/s.

**Signo:**  $v > 0$  el móvil se desplaza hacia el sentido positivo del eje.  $v < 0$  el móvil se desplaza hacia el sentido negativo del eje.

**Relación matemática**  $v = \Delta X / \Delta t$  \*  
Válida para velocidad media y velocidad constante.

### Aceleración $a$

Magnitud física con carácter de vector que representa la rapidez con que cambia la velocidad debido a alguna interacción (roce, motor ...). Su unidad fundamental en el SI es el  $m/s^2$ .

**Signo:**  $a > 0$  La interacción que origina la aceleración se dirige hacia el sentido positivo del eje.  $a < 0$  La interacción que origina la aceleración se dirige hacia el sentido negativo del eje.

**Relación matemática**  $a = \Delta v / \Delta t$  \*  
Válida para aceleración media y aceleración constante.

### MRU

Movimiento de trayectoria rectilínea y velocidad constante tanto en módulo (rapidez) como en dirección.

Ec. de movimiento  $X = X_0 + v\Delta t$

### MRUA

Movimiento de trayectoria rectilínea con la velocidad variando uniformemente en rapidez y dirección constante. Ec. del movimiento

$X = X_0 + v_0\Delta t + 1/2 a\Delta t^2$

### Tiempo de reacción

Intervalo de tiempo que tarda un conductor en reaccionar frente a un peligro.

### Distancia de frenado

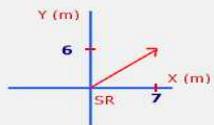
Es el espacio que recorre un vehículo desde que pisa el freno hasta que se detiene. La distancia total es la suma de ésta más la de reacción.



1. Señala V (verdadero) o F (falso) según consideres. La trayectoria es el desplazamiento de un móvil. La trayectoria es el camino trazado por un objeto en movimiento y varía según el SR. El desplazamiento es el espacio recorrido. El espacio recorrido es el módulo del desplazamiento en un MRU. La aceleración tangencial cambia la aceleración de un movimiento. Un MRU presenta dirección constante y módulo de  $v$  constante. La aceleración tangencial cambia el módulo de la velocidad.
2. Calcula el desplazamiento de un objeto que se mueve desde la posición (6,4) a la posición (1,-5).
3. Un caracol recorre 8 cm en línea recta en 13 s. A continuación gira  $90^\circ$  hacia la derecha recorriendo 18 cm en 14 s, ¿Cuál ha sido la velocidad media de todo el recorrido? Resultado en cm/s.
4. Determina la ecuación del movimiento de un caminante que parte de la cima de una montaña y recorre en línea recta 9 km en 4,3 horas a ritmo constante. ¿Qué velocidad de marcha llevó?
5. Determina gráficamente el instante y la posición en qué se cruzarán dos trenes A y B con MRU que parten de dos estaciones que distan 410 km. La velocidad de cada tren es respectivamente 110 km/h y -90 km/h.
6. Calcula el espacio que recorrerá un caminante que incrementa su velocidad en 0,10 m/s cada segundo durante 3,0 min.
7. Realiza la gráfica (t,v) que describe el despegue de un avión con unos motores que le comunican una aceleración de  $32 \text{ m/s}^2$  durante 15 s. ¿Con qué velocidad despegó?
8. Se lanza una pelota de tenis hacia arriba con una velocidad de 56 m/s, ¿Qué altura alcanzará? ¿Cuanto tiempo tardará en regresar al punto de partida?
9. Un conductor circula a 20 m/s, ve un obstáculo en la calzada, pisa el freno y transmite  $-6,8 \text{ m/s}^2$  de aceleración, ¿Qué espacio recorrerá desde que pisa el freno hasta detenerse? ¿Es el mínimo que necesita para parar?
10. Un agricultor deja caer una piedra a un pozo de profundidad 130 m. ¿Qué tiempo transcurrirá hasta oír el sonido debido al impacto con el agua?. Datos: el sonido viaja a una velocidad constante de 340 m/s.

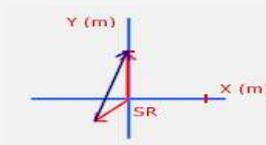
## Soluciones de los ejercicios para practicar

1. -



2. Distancia=10,8 m

3.



4.  $\Delta X=20,6$  m,  
Espacio recorrido=25 m

5. velocidad =33,3 m/s

6.



7. velocidad =0,2 m/s

8.



9.  $a = 40 \text{ m/s}^2$

10.  $a = 12,7 \text{ m/s}^2$

11.  $a = -1,48 \text{ m/s}^2$

12.  $X = 1,1t$  . Si llega a las 12:08 h

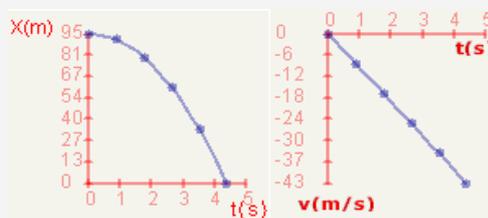
13. 31 min.

14. a 31 m de la posición inicial de A

15. a)  $0,04 \text{ m/s}^2$  b)  $X=0,02t^2$

16. 347 m

17.



$v=43 \text{ m/s}$

18.  $X_1=20,83 \text{ m}$ ;  $X_2=62,2 \text{ m}$  Total =83,1 m

### Soluciones

#### AUTOEVALUACIÓN

1. F;V:F;V;F;V;V

2. 10 m

3. 0,8 cm/s

4.  $X = 2t$ ; 2,1 km/h

5. 2,05 h; 225,5 km de A

6. 1620 m

7. 480 m

8. 160 m; 11,4 s

9. 29,4 m; 2,94 s. No, hay que añadir el espacio que se recorre en el tiempo de reacción.

10. 5,53 s

No olvides enviar las actividades al tutor ►

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Estudiar cualitativamente el movimiento circular y su tratamiento gráfico.
- Diferenciar entre el desplazamiento angular y el desplazamiento a lo largo de la trayectoria así como la relación que existe entre ambos desplazamientos.
- Diferenciar entre la velocidad angular y la velocidad lineal, así como la relación que existe entre ambas.
- El periodo y la frecuencia en un movimiento circular con velocidad uniforme.
- La existencia de aceleración en un movimiento circular con velocidad uniforme. El movimiento de la Luna.
- Problemas de interés en la seguridad vial.

### Antes de empezar

1. Movimiento circular uniforme ..... pág. 28  
Desplazamiento lineal  
Desplazamiento angular  
Unidades de medida
2. Velocidad lineal y angular ..... pág. 31  
Velocidad lineal  
Velocidad angular  
Relación entre  $v$  y  $\omega$
3. El MCU, un movimiento periódico .. pág 34  
Periodo  
Frecuencia
4. La aceleración en el MCU ..... pág. 36  
Aceleración centrípeta  
El movimiento de la Luna  
Seguridad vial

### Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

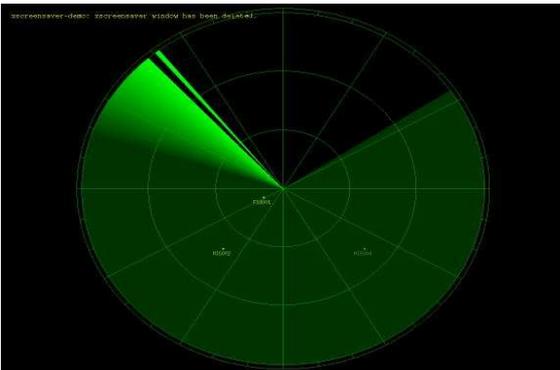
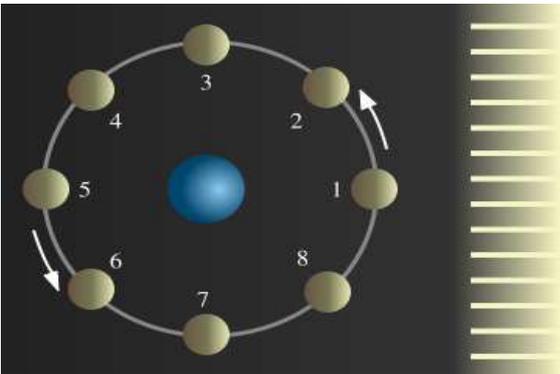
Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor



# Movimiento Circular Uniforme

## Antes de empezar



### Recuerda

En esta quincena es necesario que recuerdes bien los conceptos expuestos en la quincena 1. También puedes ver estos contenidos en el proyecto Newton.

# Movimiento Circular Uniforme

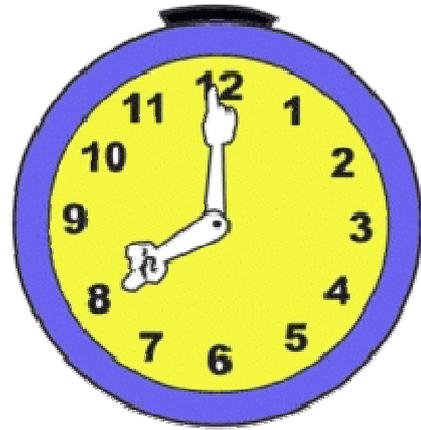
## 1. Movimiento circular uniforme

### Desplazamiento lineal

Los movimientos de trayectoria curvilínea son muchos más abundantes que los movimientos rectilíneos.

El movimiento circular uniforme está presente en multitud de situaciones de la vida cotidiana: las manecillas de un reloj, las aspas de un aerogenerador, las ruedas, el plato de un microondas, las fases de la Luna...

En el movimiento circular uniforme (MCU) el móvil describe una trayectoria circular con rapidez constante. Es decir, recorre arcos iguales en tiempos iguales.



Movimiento circular uniforme, m.c.u., es el de un móvil que recorre una trayectoria circular con rapidez constante.



# Movimiento Circular Uniforme

## Desplazamiento angular

La unidad de medida en el SI es el radian. Existe una relación matemática sencilla entre los arcos descritos y los ángulos que sustentan: **"el ángulo es la relación entre el arco y el radio con que ha sido trazado"**.

Si llamamos  $\Delta S$  al arco recorrido e  $\Delta\phi$  al ángulo barrido por el radio:

$$\text{ángulo} = \frac{\text{arco}}{\text{radio}} = \frac{\Delta S}{R} = \Delta\phi$$

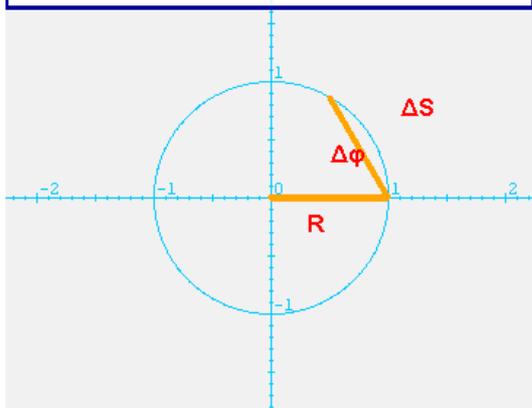
El **radian** es el ángulo cuya longitud del arco es igual al radio.

Por lo tanto, para una circunferencia completa:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$

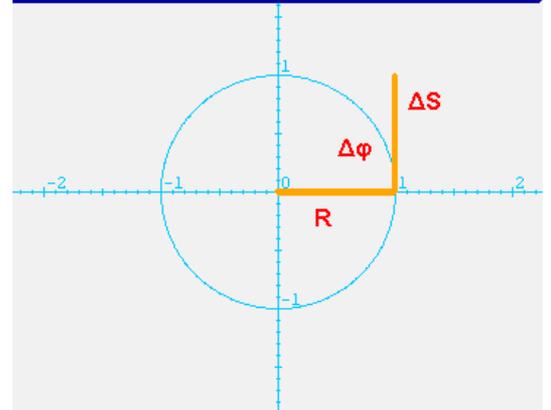
**Definición:**

Tomamos el radio



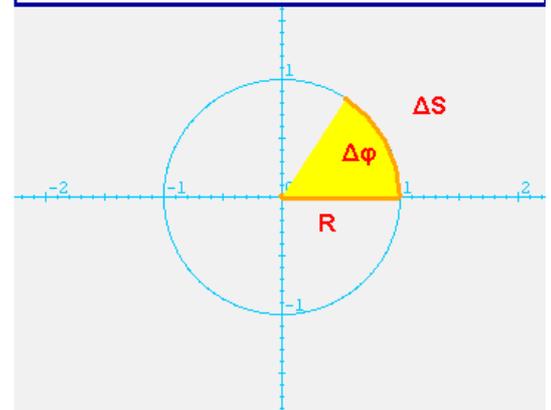
**Definición:**

Lo pegamos alrededor de la circunferencia.

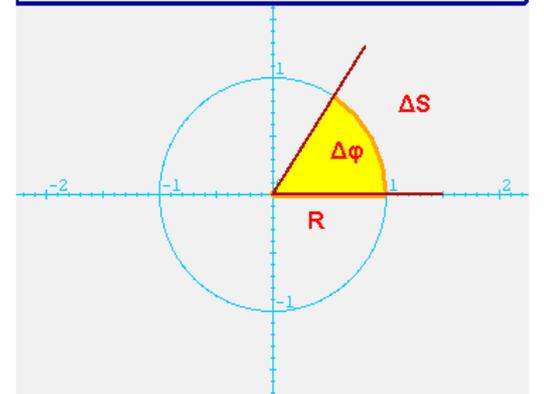


**Definición:**

Lo pegamos alrededor de la circunferencia.



El ángulo de 1 radian es aquel cuyo recorrido en la circunferencia es igual al radio.



# Movimiento Circular Uniforme

## Unidades de medida

La palabra revolución proviene de la Astronomía. Según el R.A.E, una revolución es el movimiento de un astro a lo largo de una órbita completa.

Si suponemos que la órbita de los planetas es una circunferencia perfecta y la longitud de una circunferencia es  $2\pi R$ , por lo tanto el ángulo descrito son  $2\pi$  rad.

$$\Delta\phi = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$

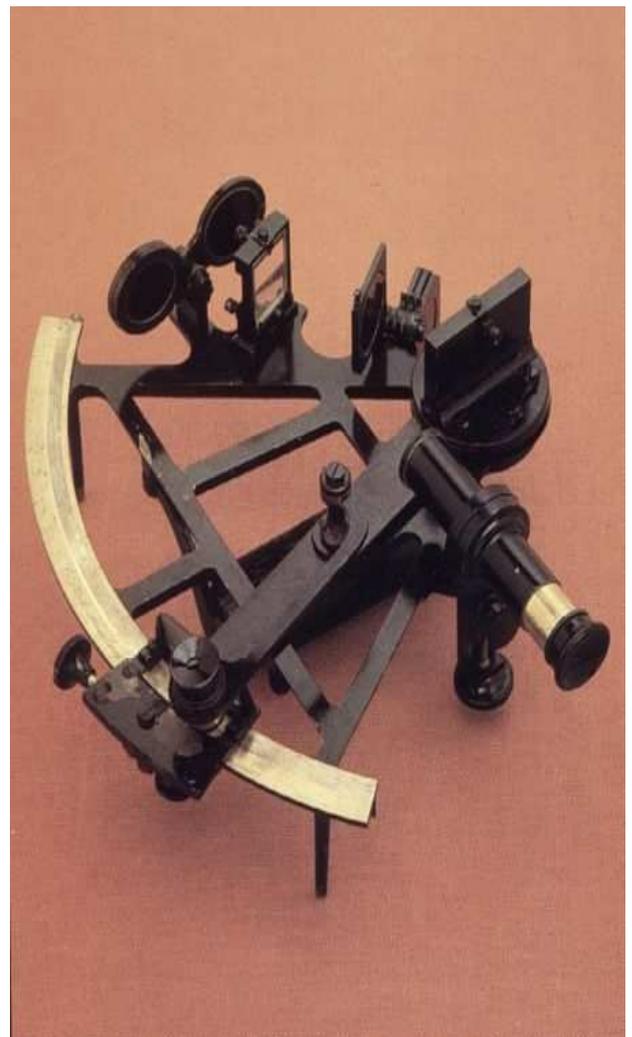
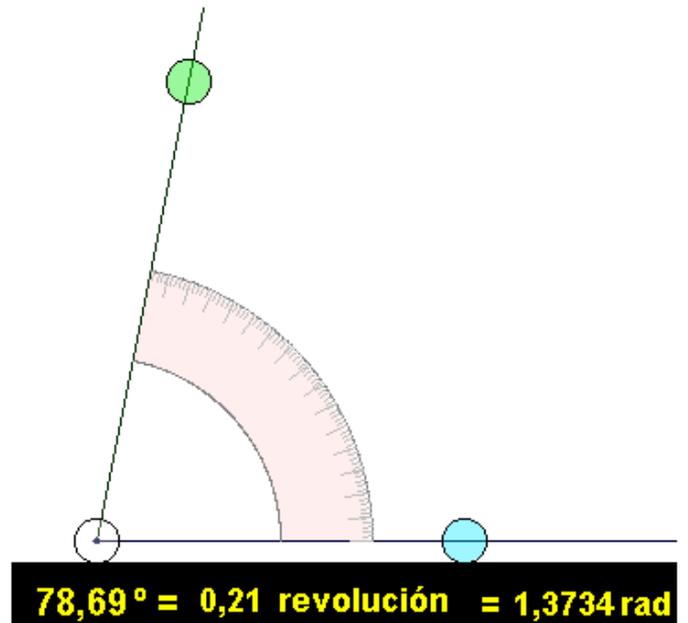
Otra unidad para medir ángulos son los grados sexagesimales. Pero esta unidad no se utiliza a la hora de medir los desplazamientos angulares.



$$1 \text{ revolución} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

El **sextante** es un instrumento que permite medir ángulos entre dos objetos tales como dos puntos de una costa o un astro - tradicionalmente, el Sol- y el horizonte. Conociendo la elevación del Sol y la hora del día se puede determinar la latitud a la que se encuentra el observador. Esta determinación se efectúa con bastante precisión mediante cálculos matemáticos sencillos de aplicar.

Este instrumento, que reemplazó al astrolabio por tener mayor precisión, ha sido durante varios siglos de gran importancia en la navegación marítima, inclusive en la navegación aérea también, hasta que en los últimos decenios del siglo XX se impusieron sistemas más modernos, sobre todo, la determinación de la posición mediante satélites. El nombre *sextante* proviene de la escala del instrumento, que abarca un ángulo de 60 grados, o sea, un sexto de un círculo completo.



## 2. Velocidad lineal y angular

### Velocidad lineal

Imagina un disco que gira con cierta rapidez y en el que hemos marcado dos puntos, A y B.

Los dos puntos describen un movimiento de trayectoria circular, los dos puntos describen el mismo ángulo  $\Delta\phi$ , pero no recorren la misma distancia  $\Delta S$  ya que los radios son distintos.

La trayectoria más larga es la del punto A ya que este es más exterior que el punto B. El recorrido de los puntos sobre la trayectoria en la unidad de tiempo es la velocidad lineal.

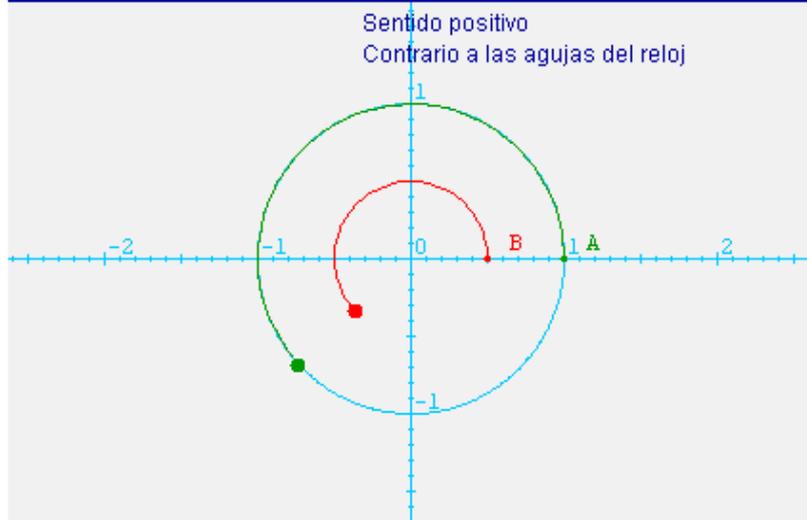
**La Velocidad lineal,  $v$ ,** es la rapidez con que se mueve un punto a lo largo de una trayectoria circular.

$$v = \frac{\text{arco}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

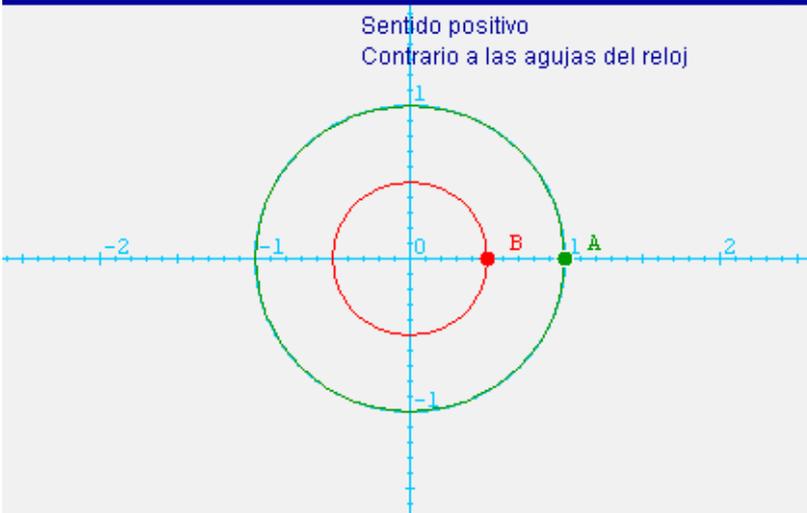
**El tocadiscos** es un aparato que consta de un platillo giratorio, sobre el que se colocan los discos de gramófono, y de un fonocaptor conectado a un altavoz.



En la escena observa que los dos puntos describen una trayectoria circular de longitud  $2\pi R$  m en un tiempo:  $t = 1,23$  s  
¿Qué velocidad lineal llevan?



Para A:  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot 1}{2} = \pi \frac{m}{s}$   
 Para B:  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot 0.5}{2} = 0.5\pi \frac{m}{s}$



# Movimiento Circular Uniforme

## Velocidad angular

Imagina un disco que gira con cierta rapidez y en el que hemos marcado un punto en uno de sus extremos.

Observa que el movimiento del punto describe un ángulo. La velocidad angular,  $\omega$ , en el MCU es el ángulo barrido,  $\Delta\phi$ , en un intervalo de tiempo,  $\Delta t$ .

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

La unidad de velocidad angular en el S.I es el radián por segundo (rad/s).

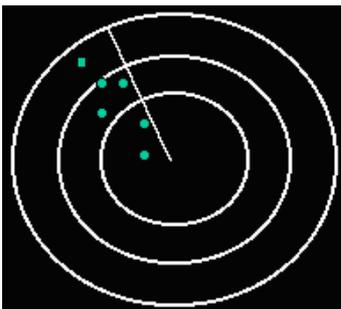
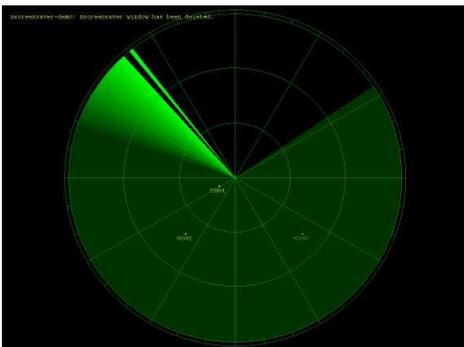
La velocidad angular se expresa también en revoluciones por minutos (rpm o rev/min).

Su equivalencia es:

$$1 \text{ rpm} = 2\pi/60 \text{ rad/s}$$

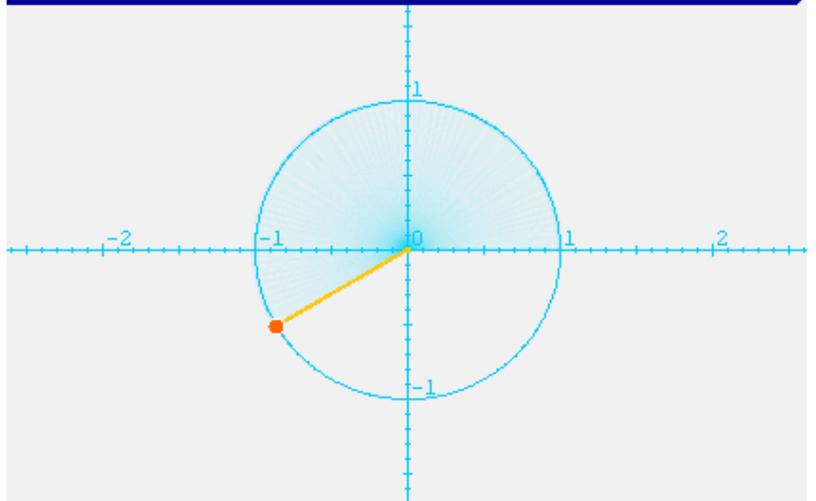
Pantalla de un RADAR

Los ángulos barridos muestran las distintas posiciones de los objetos.

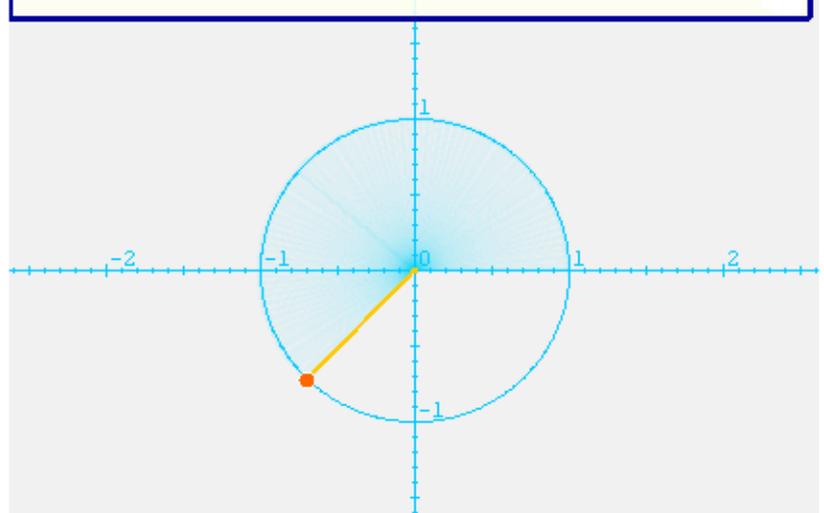


En la escena observa que el punto describe un ángulo de  $2\pi$  rad en un tiempo.  $t = 1,17$  s

¿Qué velocidad lleva?



$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



# Movimiento Circular Uniforme

## Relación entre $v$ y $\omega$

Cuando un disco gira con cierta rapidez, la velocidad lineal definida sobre la trayectoria y la velocidad angular definida sobre el ángulo barrido en un tiempo dado se producen de forma simultánea.

Por lo tanto, es posible establecer una relación entre la velocidad lineal y la angular.

Si el desplazamiento angular y la velocidad angular son respectivamente:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta S}{R} \quad \omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Despejando en la segunda:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \quad \text{Igualando}$$

$$\frac{\Delta S}{R} = \omega\Delta t \quad \text{Reordenando}$$
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \omega R$$

Como

$$v = \frac{\text{arco}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Entonces:

$$v = \omega \cdot R$$

Observa que la velocidad lineal es directamente proporcional a la velocidad angular, siendo la constante de proporcionalidad el radio de giro.



Cuando montamos en bicicleta, ¿Cuántos movimientos observas?

La bicicleta avanza (velocidad lineal) porque las ruedas giran (velocidad angular).

Los neumáticos de los automóviles son de distintas dimensiones según la potencia del vehículo.

Así pues, un Seat Ibiza monta un neumático 185/55/R15 mientras que un Seat Altea monta un neumático 205/55/R16.

El primer número indica el ancho de sección (de pared a pared) de la cubierta, expresado en milímetros. El segundo número es el perfil, o altura del lado interior de la cubierta y se expresa en el porcentaje del ancho de cubierta que corresponde al flanco o pared de la cubierta. El tercer número es el diámetro de la circunferencia interior del neumático en pulgadas, o también, el diámetro de la llanta sobre la que se monta.

¿Qué **neumático** recorrerá mayor distancia, para un mismo tiempo, si las ruedas de ambos coches giran con la misma velocidad angular? (Despreciar cualquier otra influencia).

Si  $v = \omega \cdot R$ , a mayor radio mayor  $v$  para una misma  $\omega$ .

El Seat Altea, recorrerá mayor distancia para un mismo tiempo ya que sus ruedas tiene mayor diámetro (R16).



# Movimiento Circular Uniforme

## 3. El MCU, un movimiento periódico

### Periodo

Un movimiento es periódico si el móvil recorre la misma trayectoria cada cierto tiempo.

El periodo de un MCU es el tiempo invertido en dar una vuelta o revolución.

Se representa por  $T$  y se mide en segundos.

### Frecuencia

En el MCU, a la vez del periodo se puede hablar de frecuencia.

La frecuencia es el número de vueltas que da el móvil en 1 s y se representa por  $f$ .

Como el periodo es el tiempo que tarda en dar una vuelta, la frecuencia es su inverso.

$$f = \frac{1}{T}$$

La frecuencia se mide en vueltas o ciclos por segundo (c/s). Los ciclos por segundos reciben el nombre de hercio (Hz) en honor de Heinrich Hertz

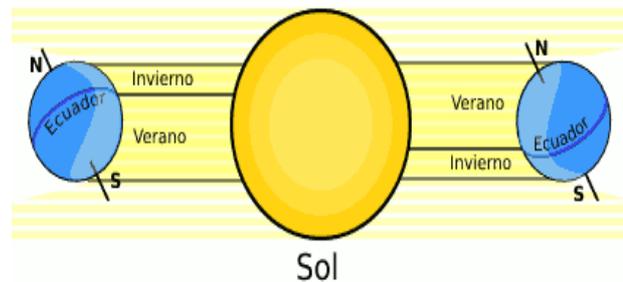
Otra unidad de medida de la frecuencia son los segundos menos 1 ( $s^{-1}$ )

Así la velocidad angular del cuerpo será:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

### Movimientos periódicos en la naturaleza:

Las estaciones: son los períodos del año en los que las condiciones climáticas imperantes se mantienen, en una determinada región, dentro de un cierto rango. Estos periodos duran aproximadamente tres meses. La sucesión de las estaciones no se debe a que en su movimiento elíptico la Tierra se aleje y acerque al Sol. Esto tiene un efecto prácticamente imperceptible. La causa es la inclinación del eje de giro del globo terrestre. Este eje se halla siempre orientado en la misma dirección y por tanto los hemisferios boreal y austral son desigualmente iluminados por el sol. Cada seis meses la situación se invierte. Si el eje de la Tierra no estuviese inclinado, el Sol se hallaría todo el año sobre el ecuador; culminaría todos los días del año a la misma altura sobre el horizonte. En suma: **no habría estaciones.**



El día y la noche: se denomina **día** (del latín *dies*), al lapso que tarda la Tierra en girar 360 grados sobre su eje. Se trata de una forma de medir el tiempo (la primera que tuvo el hombre) aunque el desarrollo de la Astronomía ha mostrado que, dependiendo de la referencia que se use para medir un giro, se trata de tiempo solar o de tiempo sidéreo. El primero toma como referencia al Sol y el segundo toma como referencia a las estrellas. En caso que no se acompañe el término "día" con otro vocablo, debe entenderse como día solar medio, base del tiempo civil, que se divide en 24 horas, de 60 minutos, de 60 segundos, y dura, por tanto, 86.400 segundos.

# Movimiento Circular Uniforme

**Heinrich Rudolf Hertz** (22 de febrero de 1857 - 1 de enero de 1894), físico alemán por el cual se nombra al hercio, la unidad de frecuencia del Sistema Internacional de Unidades (SI). En 1888, fue el primero en demostrar la existencia de la radiación electromagnética construyendo un aparato para producir ondas de radio.

Mientras estudiaba en la universidad de Berlín, demostró aptitudes tanto para las ciencias como para las lenguas, aprendiendo árabe y sánscrito. Estudió ciencias e ingeniería en las ciudades alemanas de Dresde, Múnich. Fue alumno de Gustav Kirchhoff y Hermann von Helmholtz.

Obtuvo su Doctorado en 1880 y continuó como pupilo de Helmholtz hasta el año 1883 en el que es nombrado profesor de Física Teórica en la Universidad de Kiel. En 1885 fue nombrado profesor en la universidad de Karlsruhe, en donde descubrió las ondas electromagnéticas.

Probó experimentalmente que las señales eléctricas pueden viajar a través del aire libre, como había sido predicho por James Clerk Maxwell y Michael Faraday.

También descubrió el efecto fotoeléctrico (que fue explicado más adelante por Albert Einstein) cuando notó que un objeto cargado pierde su carga más fácilmente al ser iluminado por la luz ultravioleta.

Murió de septicemia a la edad de 37 años en Bonn, Alemania. Su sobrino Gustav Ludwig Hertz fue ganador del premio Nobel, y el hijo de Gustav, Carl Hellmuth Hertz, inventó la ultrasonografía médica.

Fuente: WIKIPEDIA

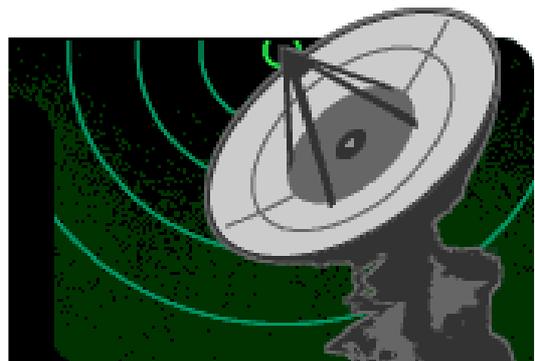


**Heinrich Rudolf Hertz**

**Las ondas de radio u ondas herzianas:** son ondas electromagnéticas de menor frecuencia (y por ello mayor longitud de onda) y menor energía que las del espectro visible. Se generan alimentando una antena con una corriente alterna.

El primer sistema práctico de comunicación mediante ondas de radio fue el diseñado por el italiano Guillermo Marconi, quien en el año 1901 realizó la primera emisión trasatlántica radioeléctrica, mediante ondas electromagnéticas, dando lugar a lo que entonces se denominó *telegrafía sin hilos*.

Otros inventores, como Ørsted, Faraday, Hertz, Tesla, Edison habían realizado anteriormente estudios y experimentos en este campo, los cuales sirvieron de base a Marconi.



# Movimiento Circular Uniforme

## 4. La aceleración en el MCU

### Aceleración centrípeta

En un movimiento; la variación del módulo, la dirección o el sentido del vector velocidad, produce una aceleración.

En el MCU, la **velocidad lineal**, al ser un vector tangente a la trayectoria varía su dirección y sentido a lo largo de la misma. Estos cambios en la velocidad inducen una **aceleración perpendicular** a la trayectoria,  $a_n$ , a la que denominamos aceleración centrípeta, puesto que es un vector dirigido siempre al centro de la circunferencia. Su módulo:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

El módulo de la aceleración centrípeta depende de la rapidez del objeto,  $v$ , y del radio de giro  $R$ .

En función de la velocidad angular:

Si 
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

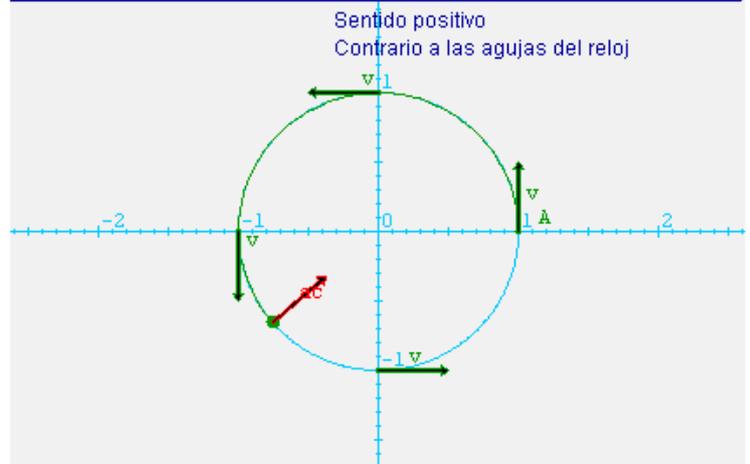
y 
$$v = \omega R$$

Entonces:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$$

La aceleración centrípeta de la superficie de la Tierra es la responsable de fenómenos bien visibles, como, por ejemplo, el hecho de que el agua de los lavabos se vacíe con un movimiento combinado de caída más rotación, o el sentido de giro de las masas de aire atmosféricas. Así pues, en el hemisferio norte, los vientos o corrientes oceánicas que se desplazan siguiendo un meridiano se desvían acelerando en la dirección de giro (este) si van hacia los polos o al contrario (oeste) si van hacia el ecuador. En el hemisferio sur ocurre lo contrario.

Observa como la velocidad cambia de dirección y sentido a medida que recorre una trayectoria circular de longitud  $2\pi R$  m en un tiempo:  $t = 1,22$  s



Una borrasca, en el hemisferio norte, gira hacia el centro de la misma en dirección contraria a las agujas del reloj; (en el hemisferio sur, la rotación sería en el sentido de las agujas del reloj).

En un anticiclón el giro del aire es inverso al de una borrasca, es decir, en el hemisferio norte la circulación es en el sentido de las manecillas del reloj y en el sur en sentido contrario a las manecillas del reloj.

La existencia de una borrasca o anticiclón en las Azores, es responsable del clima en España.

# Movimiento Circular Uniforme

## El movimiento de la Luna

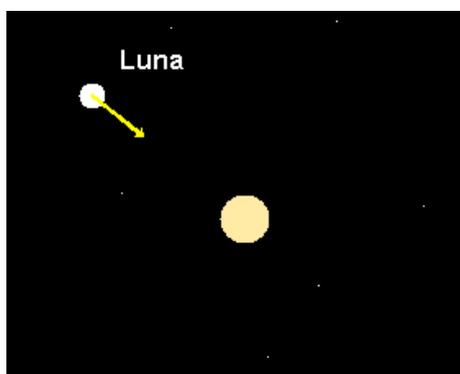
Para que la Luna gire alrededor de la Tierra debe existir una fuerza que la obliga a girar.

La Luna, al girar, debe estar sometida a una fuerza, ya que cambia de dirección y sentido, y por lo tanto tiene una aceleración.

Esa fuerza se denomina fuerza centrípeta y se dirige hacia el centro del giro (Quincena 3).

La aceleración que origina se denomina aceleración centrípeta, también dirigida hacia el centro.

La luna es un satélite que se encuentra a 384000 km de la Tierra, su movimiento se puede aproximar a un MCU periódico (aproximadamente 27 días) pero es un movimiento acelerado aunque no cambie su velocidad lineal, cambia la dirección del movimiento lo que origina una aceleración normal o centrípeta.



La Luna gira en torno a la Tierra en un movimiento que puede aproximarse a un MCU con las siguientes características:

- Periodo: 27 días o 2332800 s
- Frecuencia:  $4,3 \cdot 10^{-7}$  Hz
- Velocidad angular:  $2,7 \cdot 10^{-6}$  rad/s
- Velocidad lineal: 1036,8 m/s
- Aceleración normal:  $2,8 \text{ m/s}^2$

Como la Luna tarda el mismo tiempo en dar una vuelta sobre sí misma que en torno a la Tierra, presenta siempre la misma cara. El Sol ilumina siempre la mitad de la Luna produciendo las fases de la Luna.

La Luna en su giro alrededor de la Tierra presenta diferentes aspectos visuales según sea su posición con respecto al Sol.

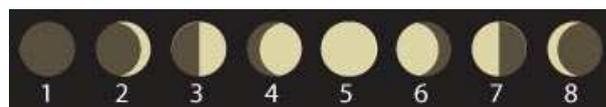
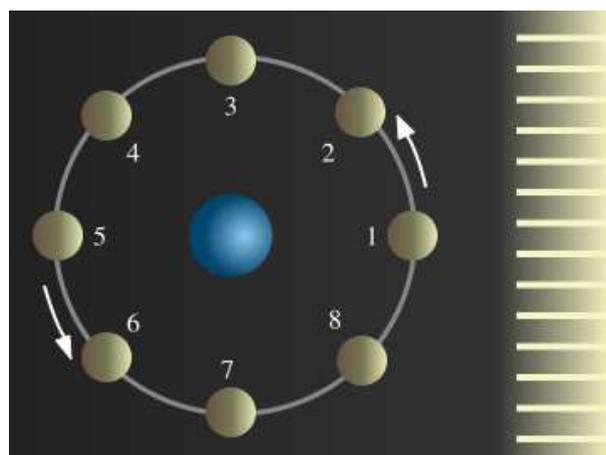
Cuando la Luna está entre la Tierra y el Sol, tiene orientada hacia la Tierra su cara no iluminada (Novilunio o Luna nueva, 0%).

Una semana más tarde la Luna ha dado 1/4 de vuelta y presenta media cara iluminada (Cuarto Creciente).

Otra semana más y la Luna ocupa una posición alineada con el Sol y la Tierra, por lo cual desde la Tierra se aprecia toda la cara iluminada (Plenilunio o Luna llena, 100%).

Una semanas más tarde se produce el cuarto menguante.

Transcurridas unas cuatro semanas estamos otra vez en Novilunio.



# Movimiento Circular Uniforme

## Seguridad vial

Cuando un vehículo circula por una carretera no siempre marcha en línea recta.

Hay situaciones de la conducción diaria en que es necesario girar.

Dos situaciones claras de movimiento circular son las curvas y las rotondas.

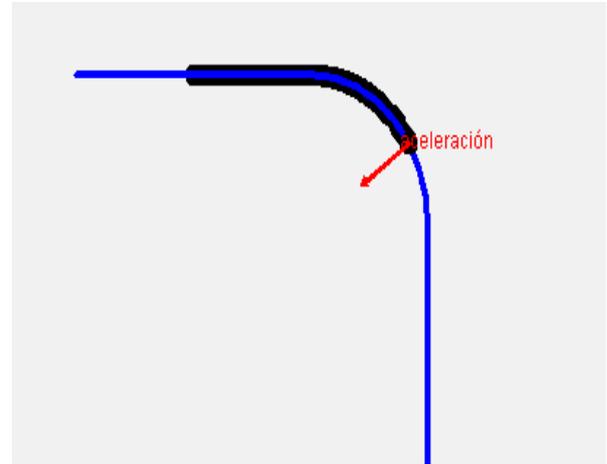
Para que un vehículo describa una curva en una carretera horizontal debe existir una fuerza que le obligue a girar.

Esta fuerza se produce por el rozamiento de los neumáticos con la carretera.

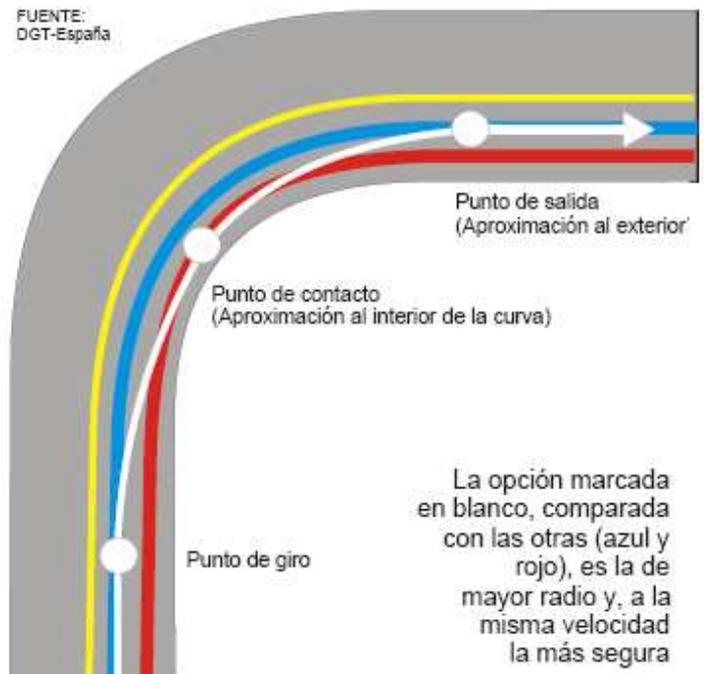
Si los neumáticos no se encuentran en buen estado, la carretera está mojada o la velocidad es inadecuada, la adherencia de estos a la carretera disminuye y el vehículo puede derrapar causando graves accidentes.

Según el **Boletín de Prensa nº 27 de Seguridad Vial**, para tomar una curva con seguridad, se debe analizar y tener en cuenta lo siguiente:

1. Tipo de vehículo (configuración, suspensión, etc).
2. Estado del vehículo (neumáticos, frenos, suspensión, etc).
3. Carga (distribución, tipo de carga).
4. Visibilidad de la curva (si se ve en toda su extensión hasta la salida inclusive).
5. Presencia de: Caminos secundarios (con el agravante de que si es camino de tierra, puede existir la posibilidad de que se encuentre la calzada sucia, con la consecuente pérdida de adherencia), Puentes, etc.
6. Tipo y estado del pavimento.
7. Tipo de curva (cerrada, ángulo del peralte, etc).
8. Condiciones meteorológicas (lluvia, niebla, viento, hielo, etc).



## La mejor trayectoria



# Movimiento Circular Uniforme

La **rotonda** o **glorieta** es una construcción vial diseñada para facilitar los cruces de caminos y aminorar el peligro de accidentes.

Consiste en una vía circular alrededor de otras vías a interconectar y en donde se aplican dos sencillas reglas:

- El sentido de giro por la rotonda o vía circular es antihorario.
- Tienen la prioridad los vehículos que ya están circulando dentro de la rotonda, (prioridad a la izquierda si la norma obliga circular por la derecha y viceversa), al contrario que en los cruces normales.

La rotonda permite controlar la velocidad de los vehículos, ya que el radio de la misma te obliga a no superar cierta velocidad, evita la necesidad de semáforos.

En vías de dos o más carriles, el sistema presenta complicaciones por el cruce de coches al incorporarse o abandonar la rotonda debido a la falta de pericia de algunos conductores.

En vías con tráfico denso o muchas rotondas concatenadas, provoca cansancio en la conducción, ya que la incorporación y abandono de la rotonda, junto con el cambio y vigilancia de la velocidad supone un estrés adicional en el conductor.

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Rotonda>



Rotonda para países en que se conduce por la derecha



Rotonda para países en que se conduce por la izquierda

# Movimiento Circular Uniforme



## Para practicar

1. Indica si los siguientes movimientos son o no son circulares.

- Cinta transportadora
- Caída libre
- Peonza
- Noria
- Aguja máquina de coser
- Péndulo reloj
- Ejecutar un CD
- Rayo láser
- Palas de una hélice
- Gotas de lluvia

2. Calcula los siguientes ángulos

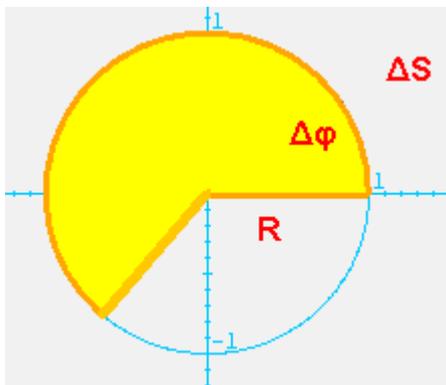


Fig 1

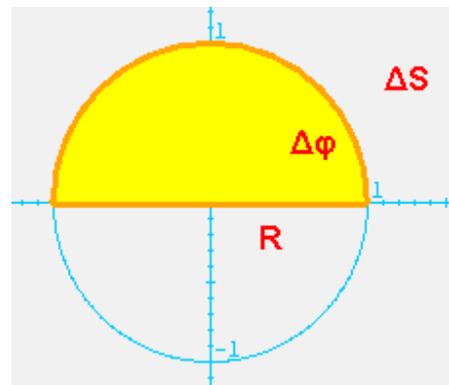


Fig 2

- Elige un ángulo en radianes y conviértelo a revoluciones. Elige un ángulo en revoluciones y conviértelo a radianes.
- Calcula la velocidad lineal de dos puntos que describen circunferencias de 1,5 y 0,25 m de radio respectivamente.
- Elige una velocidad en r.p.m y pásala rad/s y viceversa.
- Calcula la velocidad lineal, la velocidad angular y la relación que existe entre éstas para dos puntos que describen circunferencias de 1,5 y 0,25 m de radio respectivamente.
- ¿Cómo calcularías el periodo de un movimiento usando un cronómetro como instrumento de medida?



8. Observa el reloj. Calcula la frecuencia del segundero, minuterero y de la aguja horaria.

9. Calcula la aceleración normal de un objeto que gira a 3 rad/s. Ángulo de giro 1 m.



## Para saber más



### El movimiento circular en la naturaleza: Molinos de viento.

Un **molino** es un artefacto o máquina que sirve para moler.

Por extensión, el término **molino** se aplica vulgarmente a los mecanismos que utilizan la fuerza de viento, agua o animal para mover otros artefactos, tales como una bomba hidráulica o un generador eléctrico.

El molino de viento clásico consiste en una estructura de piedra de forma cilíndrica o troncocónica, de base circular, en cuya parte superior hay unas aspas que transforman la energía del viento en energía mecánica (movimiento). Esta parte superior (que además sirve de cubierta) es un entramado de madera que gira sobre el tambor de piedra para orientar las aspas según la dirección del viento, mediante un largo madero (*gobierno*; a la derecha de la imagen) exterior al edificio, que se amarra a unos hitos anclados al suelo. Las aspas mueven una rueda casi vertical (*catalina*) que, mediante otro engranaje (*linterna*), trasmite el movimiento del eje de las aspas a un eje vertical, que mueve la *volandera*.

En la parte superior del edificio, bajo la cubierta, hay unos ventanucos (que también se ven en la foto) que servían para que el molinero supiera la dirección del viento y, en consecuencia, pudiera orientar las aspas como mejor convenía con el *gobierno*.

Sobre las aspas se disponían unas lonas para recibir el viento, que se retiraban cuando no era necesario el movimiento, con lo que se aumentaba la duración de los mecanismos, que eran generalmente de madera y por lo tanto muy propensos al desgaste.

La utilidad de los mecanismos de los molinos de viento para generar energía mecánica se ha aprovechado para otros usos, como sacar agua o para producir energía eléctrica.

# Movimiento Circular Uniforme



## Recuerda lo más importante

**Movimiento circular uniforme**, MCU, es el de un móvil que recorre una trayectoria circular con rapidez constante.

**Desplazamiento lineal:** Es la distancia que recorre el móvil sobre la trayectoria.

**Desplazamiento angular:** Son los ángulos barridos por el móvil a lo largo de la trayectoria.

**Velocidad lineal,  $v$ ,** es la rapidez con que se mueve un punto a lo largo de una trayectoria circular.

$$v = \frac{\text{arco}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

**Velocidad angular,  $\omega$ ,** es el ángulo barrido en la unidad de tiempo.

$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

La velocidad lineal es proporcional a la velocidad angular. El radio es la constante de proporcionalidad.

$$v = \omega R$$

**El periodo,  $T$ ,** es tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa.

**La frecuencia,  $f$ ,** es el número de vueltas dadas en un segundo.

En el MCU, la **velocidad lineal**, al ser un vector tangente a la trayectoria varía su dirección y sentido a lo largo de la misma.

Estos cambios en la velocidad inducen una **aceleración perpendicular** a la trayectoria,  $a_n$ .

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

O bien:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$$



1. ¿Cuántos rad/s son 25 r.p.m?
2. Un disco gira a 45 r.p.m, calcula el tiempo que tarda en dar una vuelta así como su frecuencia.
3. Las ruedas de un automóvil de 70 cm de diámetro gira a razón de 100 r.p.m. Calcula la velocidad (lineal) de dicho automóvil.
4. Un automóvil circula a 72 km/h por una curva de 20 m de radio. ¿Cuál es su aceleración centrípeta?
5. ¿Cuántas vueltas dará el plato de un microondas en un minuto si gira a 3,5 rad/s?
6. Una rueda de 10 cm de radio gira a 3 rad/s. Calcula la velocidad lineal de un punto de la periferia así como de otro punto situado a 5 cm del eje de giro.
7. ¿Cuántas r.p.m son 4 rad/s?
8. Una esfera de 5 cm de radio gira a 4 rad/s. Calcula la velocidad y la aceleración de un punto situado en el ecuador de la esfera.
9. El CD de un ordenador gira con una velocidad angular máxima de 539 r.p.m. Calcula el número de vueltas que da durante la reproducción de una canción de 4 minutos.
10. La Tierra completa una vuelta alrededor del Sol cada 365 días. Si la distancia media al Sol es 149.600.00 km. Calcula la velocidad lineal de la Tierra en torno al Sol.

# Movimiento Circular Uniforme

## Soluciones de los ejercicios para practicar

1. Indica si los siguientes movimientos son o no son circulares.

- a. Circular
- b. No circular
- c. Circular
- d. Circular
- e. No circular
- f. Circular
- g. Circular
- h. No circular
- i. Circular
- j. No circular

2. Los ángulos son  $4 \text{ rad}$  y  $n \text{ rad}$ .

4.  $1,50 \cdot \pi p \text{ m/s}$  y  $0,25 \cdot p \text{ m/s}$  respectivamente.

6. Velocidad lineal:  $1,50 \cdot \pi p \text{ m/s}$  y  $0,25 \cdot p \text{ m/s}$  respectivamente.  
Velocidad angular:  $n \text{ rad/s}$  para cada movimiento.  
Relación entre ambas: el radio de giro.

7. Pondría el cronómetro en marcha cuando empezara a moverse y lo pararía en el instante en que termina de dar una vuelta.

8. Para el segundero:  $f = 1/T = 1/60 = 0,017 \text{ Hz}$ .  
Para el minuterero:  $f = 1/T = 1/3600 = 0,0003 \text{ Hz}$   
Para la aguja horaria:  $f = 1/T = 1/43200 = 0,00002 \text{ Hz}$

9.  $9 \text{ m/s}^2$

### Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- 1.  $2,6 \text{ rad/s}$
- 2.  $1,3 \text{ s}$  y  $0,7 \text{ Hz}$
- 3.  $36,4 \text{ m/s}$
- 4.  $20 \text{ m/s}^2$
- 5.  $210 \text{ rad}$  y  $33,42 \text{ vueltas}$
- 6.  $0,30 \text{ m/s}$  y  $0,15 \text{ m/s}$
- 7.  $38,2 \text{ vueltas}$
- 8.  $0,2 \text{ m/s}$  y  $0,8 \text{ m/s}^2$
- 9.  $2156 \text{ vueltas}$

No olvides enviar las actividades al tutor ►